# Raciocínio Lógico e Matemático

## Sumário

**SEDUC/MT**
**Professor da Educação Básica**



*Candidatos ao Concurso Público,*

*O Instituto Maximize Educação disponibiliza o e-mail professores@maxieduca.com.br para dúvidas relacionadas ao conteúdo desta apostila como forma de auxiliá-los nos estudos para um bom desempenho na prova.*

*As dúvidas serão encaminhadas para os professores responsáveis pela matéria, portanto, ao entrar em contato, informe:*

*- Apostila (concurso e cargo);*

*- Disciplina (matéria);*

*- Número da página onde se encontra a dúvida; e*

*- Qual a dúvida.*

*Caso existam dúvidas em disciplinas diferentes, por favor, encaminhá-las em e-mails separados. O professor terá até cinco dias úteis para respondê-la.*

*Bons estudos!*

## 1. Resolução de problemas envolvendo frações, conjuntos, porcentagens, sequências (com números, com figuras, de palavras).

***Caro(a) candidato(a)**, antes de iniciar nosso estudo, queremos nos colocar à sua disposição, durante todo o prazo do concurso para auxiliá-lo em suas dúvidas e receber suas sugestões. Muito zelo e técnica foram empregados na edição desta obra. No entanto, podem ocorrer erros de digitação ou dúvida conceitual. Em qualquer situação, solicitamos a comunicação ao nosso serviço de atendimento ao cliente para que possamos esclarecê-lo. Entre em contato conosco pelo e-mail: professores @maxieduca.com.br*

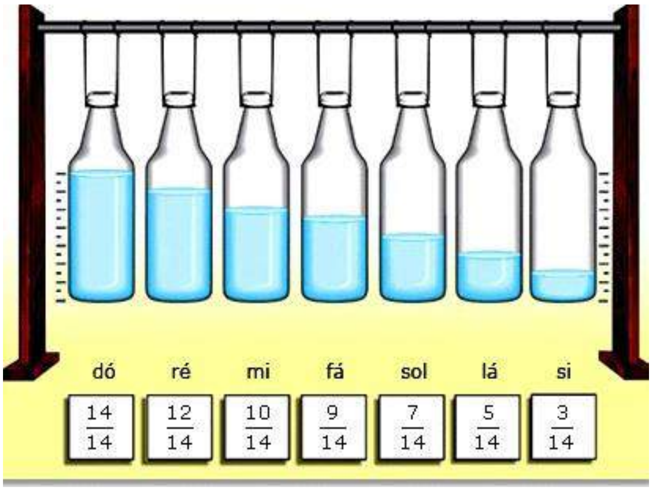
### NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Quando um todo ou uma unidade é dividido em partes iguais, uma dessas partes ou a reunião de várias formam o que chamamos de uma fração do todo. Para se representar uma fração são, portanto, necessários dois números inteiros:

a) O primeiro, para indicar em quantas partes iguais foi dividida a unidade (ou todo) e que dá nome a cada parte e, por essa razão, chama-se **denominado**r da fração;

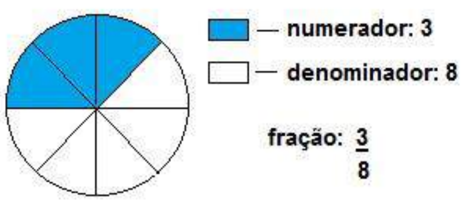
b) O segundo, que indica o número de partes que foram reunidas ou tomadas da unidade e, por isso, chama-se **numerador** da fração. O numerador e o denominador constituem o que chamamos de termos da fração.

Observe a figura abaixo:




A primeira nota dó é 14/14 ou 1 inteiro, pois representa a fração cheia; a ré é 12/14 e assim sucessivamente.

### Nomenclaturas das Frações




**Numerador** → Indica quantas partes tomamos do total que foi dividida a unidade.

**Denominador** → Indica quantas partes iguais foi dividida a unidade.

No figura acima lê-se: três oitavos.

**-Frações com denominadores de 1 a 10:** meios, terços, quartos, quintos, sextos, sétimos, oitavos, nonos e décimos.

**-Frações com denominadores potências de 10:** décimos, centésimos, milésimos, décimos de milésimos, centésimos de milésimos etc.

**- Denominadores diferentes dos citados anteriormente:** Enuncia-se o numerador e, em seguida, o denominador seguido da palavra “avos”.

**Exemplos:**
$\frac{8}{25}$ *lê − se : oito vinte cinco avos;*

$\frac{2}{100}$ *lê − se : dois centésimos;*

## Tipos de Frações

**- Frações Próprias:** Numerador é menor que o denominador.
Exemplos: $\frac{1}{6};\frac{5}{8};\frac{3}{4};$ ...

**- Frações Impróprias:** Numerador é maior ou igual ao denominador.
Exemplos: $\frac{6}{5};\frac{8}{5};\frac{4}{3};$ ...

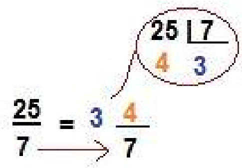
**- Frações aparentes:** Numerador é múltiplo do denominador. As mesmas pertencem também ao grupo das frações impróprias.
Exemplos: $\frac{6}{1};\frac{8}{4};\frac{4}{2};$ ...

**- Frações particulares:** Para formamos uma fração de uma grandeza, dividimos esta pelo denominador e multiplicamos pelo numerador.
Exemplos:
1 – Se o numerador é igual a zero, a fração é igual a zero: 0/7 = 0; 0/5=0
2- Se o denominador é 1, a fração é igual ao denominador: 25/1 = 25; 325/1 = 325

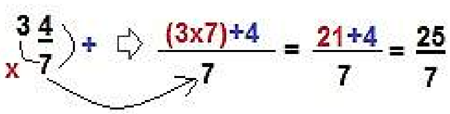
- Quando o **denominador é zero**, a fração não tem sentido, pois a **divisão por zero é impossível**.
- Quando o **numerador e denominador são iguais**, o resultado da divisão é sempre 1.

**- Números mistos:** Números compostos de **uma parte inteira e outra fracionária**. Podemos transformar uma fração imprópria na forma mista e vice e versa.
Exemplos:

$$\boldsymbol{A})\ \frac{25}{7} = 3\frac{4}{7} \Rightarrow$$



$$\boldsymbol{B})\ 3\frac{4}{7} = \frac{25}{7} \Rightarrow$$



**- Frações equivalentes:** Duas ou mais frações que apresentam a mesma parte da unidade.
Exemplo:

$$\frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}; ou\ \frac{4:2}{8:2} = \frac{2}{4}; ou\ \frac{2:2}{4:2} = \frac{1}{2}$$

As frações $\frac{4}{8},\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ são equivalentes.

**-Frações irredutíveis:** Frações onde o numerador e o denominador são primos entre si.
Exemplo: 5/11 ; 17/29; 5/3

## Comparação e simplificação de frações

**Comparação:**
- Quando duas frações tem o **mesmo denominador**, a maior será aquela que possuir o maior numerador.

Exemplo: 5/7 >3/7

- Quando os **denominadores são diferentes**, devemos reduzi-lo ao mesmo denominador.
Exemplo: 7/6 e 3/7
1º - Fazer o mmc dos denominadores → mmc(6,7) = 42

$$\frac{7.7}{42}\ e\ \frac{3.6}{42} \rightarrow \frac{49}{42}\ e\ \frac{18}{42}$$

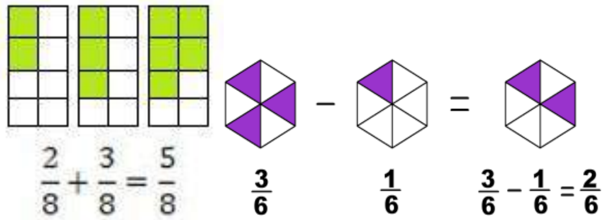
2º - Compararmos as frações:
49/42 > 18/42.

**Simplificação:** É dividir os termos por um mesmo número até obtermos termos menores que os iniciais. Com isso formamos frações equivalentes a primeira.
Exemplo:

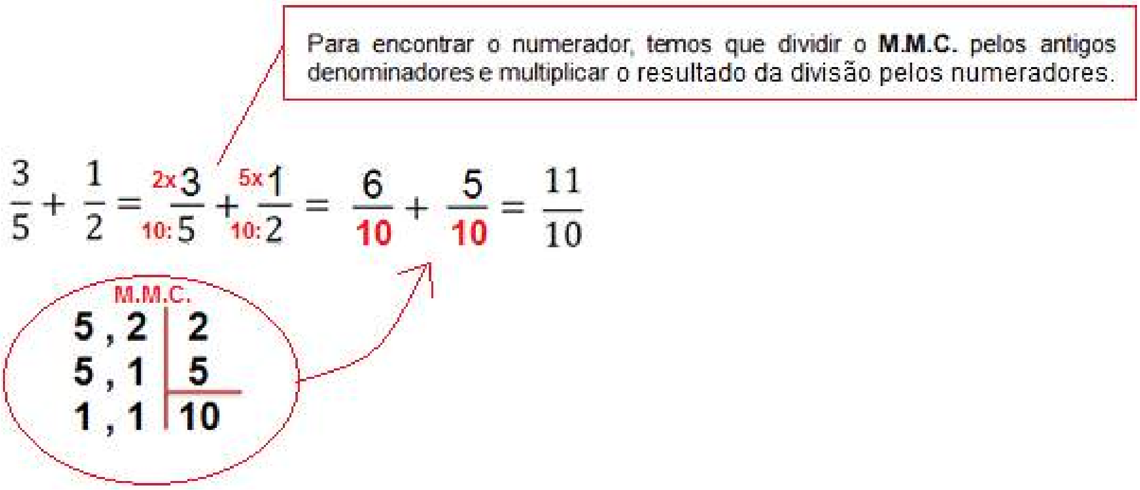
$$\frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$$

## Operações com frações

**- Adição e Subtração**
**Com mesmo denominador:** Conserva-se o denominador e soma-se ou subtrai-se os numeradores.




**Com denominadores diferentes:** Reduz-se ao mesmo denominador através do mmc entre os denominadores.
O processo é valido tanto para adição quanto para subtração.




$$\frac{4}{7} - \frac{1}{3} = \frac{4.3 - 7.1}{21} = \frac{12 - 7}{21} = \frac{5}{21}$$

## Multiplicação e Divisão

**- Multiplicação:** É produto dos numerados dados e dos denominadores dados.
Exemplo:

$$\frac{9}{2} \times \frac{32}{5} = \frac{288}{10}$$

Podemos ainda simplificar a fração resultante:

$$\frac{288:2}{10:2} = \frac{144}{5}$$

**- Divisão:** O quociente de uma fração é igual a primeira fração multiplicados pelo inverso da segunda fração.

Exemplo:

$$\frac{21}{8} \div \frac{3}{8} = \frac{21}{8} \times \frac{8}{3} = \frac{168}{24}$$

Simplificando a fração resultante:

$$\frac{168:8}{24:8} = \frac{21}{3}$$

## NÚMEROS DECIMAIS

O sistema de numeração decimal apresenta ordem posicional: unidades, dezenas, centenas, etc.

### Leitura e escrita dos números decimais

**Exemplos:**

| Centenas de milhar | Dezenas de milhar | Unidades de milhar | Centenas | Dezenas | Unidades | | Décimas | Centésimas | Milésimas |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 7 | 9 | 3 | 6 | 8 | , | 4 | 1 | 3 |
| Parte inteira | | | | | | | Parte decimal | | |

Lê-se: Quinhentos e setenta e nove mil, trezentos e sessenta e oito inteiros e quatrocentos e treze milésimos.

0,9 → nove décimos.

5,6 → cinco inteiros e seis décimos.

472,1256 → quatrocentos e setenta e dois inteiros e mil, duzentos, cinquenta e seis décimos-milésimos.

### Transformação de frações ordinárias em decimais e vice-versa

A quantidade de zeros corresponde ao números de casas decimais após a vírgula e vice-versa (transformar para fração).

$$\frac{31}{\underbrace{100}_{\text{dois zeros}}} = 0,\underbrace{31}_{\text{duas casas decimais}}$$

| Fração Decimal | = | Números Decimais |
|---|---|---|
| $\frac{117}{10}$ | = | 11,7 |
| $\frac{117}{100}$ | = | 1,17 |
| $\frac{117}{1000}$ | = | 0,117 |
| $\frac{117}{10000}$ | = | 0,0117 |

### Operações com números decimais

**- Adição e Subtração**

Na prática, a adição e a subtração de números decimais são obtidas de acordo com a seguinte regra:
- Igualamos o número de casas decimais, acrescentando zeros.
- Colocamos os números um abaixo do outro, deixando vírgula embaixo de vírgula.
- Somamos ou subtraímos os números decimais como se eles fossem números naturais.
- Na resposta colocamos a vírgula alinhada com a vírgula dos números dados.

**Exemplos:**

$$\begin{array}{r} 1{,}256 \\ +31{,}750 \\ \hline 33{,}006 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}050 \\ +\ 1{,}325 \\ 12{,}900 \\ \hline 14{,}275 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 103{,}81 \\ -\ 25{,}99 \\ \hline 77{,}82 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1{,}000 \\ -0{,}899 \\ \hline 0{,}101 \end{array}$$

**- Multiplicação**
Na prática, a multiplicação de números decimais é obtida de acordo com as seguintes regras:
- Multiplicamos os números decimais como se eles fossem números naturais.
- No resultado, colocamos tantas casas decimais quantas forem as do primeiro fator somadas às dos outros fatores.

**Exemplos:**
**1)** 652,2 x 2,03
Disposição prática:

$$\begin{array}{r l} 652{,}2 & \rightarrow \text{1 casa decimal} \\ \text{X}\ \ 2{,}03 & \rightarrow \text{2 casas decimais} \\ \hline 19\,566 & \\ 1\,304\,4\ \ & \\ \hline 1\,323{,}966 & \rightarrow 1 + 2 = \text{3 casas decimais} \end{array}$$

**2)** 3,49 x 2,5
Disposição prática:

$$\begin{array}{r l} 3{,}49 & \longrightarrow \textbf{2 casas decimais.} \\ \text{x}\ \ \ 2{,}5 & \longrightarrow \textbf{1 casa decimal.} \\ \hline 1745 & \\ +\ 698\ \ & \\ \hline 8{,}725 & \longrightarrow \textbf{3 casas decimais.} \end{array}$$

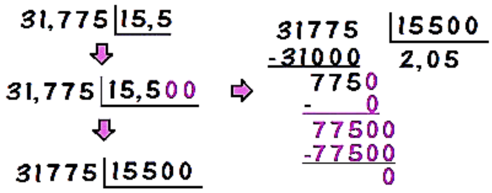
**- Divisão**
Na prática, a divisão entre números decimais é obtida de acordo com as seguintes regras:
- Igualamos o número de casas decimais do dividendo e do divisor.
- Cortamos as vírgulas e efetuamos a divisão como se os números fossem naturais.

**Exemplos:**
**1)** 24 : 0,5
Disposição prática:

$$\begin{array}{r|l} 24{,}0 & 0{,}5 \\ \cline{2-2} 40 & 48 \\ 0 & \end{array}$$

Nesse caso, o resto da divisão é igual a zero. Assim sendo, a divisão é chamada de divisão exata e o quociente é exato.

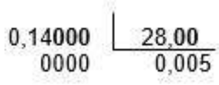
**2)** 31,775 : 15,5
Disposição prática:



Acrescentamos ao divisor a quantidade de zeros para que ele fique igual ao dividendo, e assim sucessivamente até chegarmos ao resto zero.

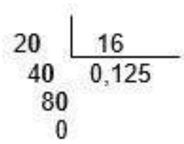
**3)** 0,14 : 28

Disposição prática:



**4)** 2 : 16

Disposição prática:



**Questões**

**01. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – Matemática – GR Consultoria e Assessoria/2016)** João gastou R$ 23,00, equivalente a terça parte de 3/5 de sua mesada. Desse modo, a metade do valor da mesada de João é igual a:

(A) R$ 57,50;
(B) R$ 115,00;
(C) R$ 172,50;
(D) R$ 68,50;

**02. (EBSERH/ HUSM – UFSM/RS – Analista Administrativo – Administração – AOCP)** Uma revista perdeu $\frac{1}{5}$ dos seus 200.000 leitores.

Quantos leitores essa revista perdeu?

(A) 40.000.
(B) 50.000.
(C) 75.000.
(D) 95.000.
(E) 100.000.

**03. (METRÔ – Assistente Administrativo Júnior – FCC)** Dona Amélia e seus quatro filhos foram a uma doceria comer tortas. Dona Amélia comeu 2 / 3 de uma torta. O 1º filho comeu 3 / 2 do que sua mãe havia comido. O 2º filho comeu 3 / 2 do que o 1º filho havia comido. O 3º filho comeu 3 / 2 do que o 2º filho havia comido e o 4º filho comeu 3 / 2 do que o 3º filho havia comido. Eles compraram a menor quantidade de tortas inteiras necessárias para atender a todos. Assim, é possível calcular corretamente que a fração de uma torta que sobrou foi

(A) 5 / 6.
(B) 5 / 9.
(C) 7 / 8.
(D) 2 / 3.
(E) 5 / 24.

**04. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP)** Uma pessoa está montando um quebra-cabeça que possui, no total, 512 peças. No 1.º dia foram montados $\frac{5}{16}$ do número total de peças e, no 2.º dia foram montados $\frac{3}{8}$ do número de peças restantes. O número de peças que ainda precisam ser montadas para finalizar o quebra-cabeça é:

(A) 190.
(B) 200.
(C) 210.
(D) 220.
(E) 230.

**05. (UEM/PR – Auxiliar Operacional – UEM)** A mãe do Vitor fez um bolo e repartiu em 24 pedaços, todos de mesmo tamanho. A mãe e o pai comeram juntos, ¼ do bolo. O Vitor e a sua irmã comeram, cada um deles, 1/4do bolo. Quantos pedaços de bolo sobraram?
(A) 4
(B) 6
(C) 8
(D) 10
(E) 12

**06. (UEM/PR – Auxiliar Operacional – UEM)** Dirce comprou 7 lapiseiras e pagou R$ 8,30, em cada uma delas. Pagou com uma nota de 100 reais e obteve um desconto de 10 centavos. Quantos reais ela recebeu de troco?
(A) R$ 40,00
(B) R$ 42,00
(C) R$ 44,00
(D) R$ 46,00
(E) R$ 48,00

**07. (FINEP – Assistente – Apoio administrativo – CESGRANRIO)** Certa praça tem 720 $m^2$ de área. Nessa praça será construído um chafariz que ocupará 600 $dm^2$.
Que fração da área da praça será ocupada pelo chafariz?
(A) $\frac{1}{600}$

(B) $\frac{1}{120}$

(C) $\frac{1}{90}$

(D) $\frac{1}{60}$

(E) $\frac{1}{12}$

**08. (EBSERH/ HUSM – UFSM/RS – Analista Administrativo – Administração – AOCP)** Se 1 kg de um determinado tipo de carne custa R$ 45,00, quanto custará $\frac{7}{5}$ desta mesma carne?
(A) R$ 90,00.
(B) R$ 73,00.
(C) R$ 68,00.
(D) R$ 63,00.
(E) R$ 55,00.

**09. (UEM/PR – Auxiliar Operacional – UEM)** Paulo recebeu R$1.000,00 de salário. Ele gastou ¼ do salário com aluguel da casa e 3/5 do salário com outras despesas. Do salário que Paulo recebeu, quantos reais ainda restam?
(A) R$ 120,00
(B) R$ 150,00
(C) R$ 180,00
(D) R$ 210,00
(E) R$ 240,00

## Respostas

**01. Resposta: A.**

Vamos chamar de x a mesada.

Como ele gastou a terça parte 1/3 de 3/5 da mesada que equivale a 23,00. Podemos escrever da seguinte maneira:

$$\frac{1}{3}.\frac{3}{5}x = \frac{x}{5} = 23 \rightarrow x = 23.5 \rightarrow x = 115$$

Logo a metade de 115 = 115/2 = 57,50

**02. Resposta: A.**

$\frac{1}{5}.200000 = 40000$

**03. Resposta: E.**

Vamos chamar a quantidade de tortas de (*x*). Assim:

* Dona Amélia: $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}.\mathbf{1} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$

* 1º filho: $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}.\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} = \mathbf{1}$

* 2º filho: $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}.\mathbf{1} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$

* 3º filho: $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}.\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}$

* 4º filho: $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}.\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}} = \frac{\mathbf{27}}{\mathbf{8}}$

$$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} + \mathbf{1} + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}} + \frac{\mathbf{27}}{\mathbf{8}}$$

$$\frac{\mathbf{16+24+36+54+81}}{\mathbf{24}} = \frac{\mathbf{211}}{\mathbf{24}} = \mathbf{8}.\frac{\mathbf{24}}{\mathbf{24}} + \frac{\mathbf{19}}{\mathbf{24}} = \mathbf{8} + \frac{\mathbf{19}}{\mathbf{24}}$$

Ou seja, eles comeram 8 tortas, mais 19/24 de uma torta.

Por fim, a fração de uma torta que sobrou foi:

$$\frac{\mathbf{24}}{\mathbf{24}} - \frac{\mathbf{19}}{\mathbf{24}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{24}}$$

**04. Resposta: D.**

* 1º dia: $\frac{5}{16}.512 = \frac{2560}{16} = 160\ peças$

* Restante = 512 – 160 = 352 peças

* 2º dia: $\frac{3}{8}.352 = \frac{1056}{8} = 132\ peças$

* Ainda restam = 352 – 132 = 220 peças

**05. Resposta: B.**

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Sobrou 1/4 do bolo.

$24 \cdot \frac{1}{4} = 6\ pedaços$

**06. Resposta: B.**

$8{,}3 \cdot 7 = 58{,}1$

Como recebeu um desconto de 10 centavos, Dirce pagou 58 reais

Troco:100 – 58 = 42 reais

**07. Resposta: B.**
600 dm² = 6 m²

$\frac{6}{720} : \frac{6}{6} = \frac{1}{120}$

**08. Resposta: D.**
$\frac{7}{5} . 45 = 7 . 9 = 63$

**09. Resposta: B.**
Aluguel:$1000 \cdot \frac{1}{4} = 250$
Outras despesas: $1000 \cdot \frac{3}{5} = 600$
$250 + 600 = 850$
Restam :1000 – 850 = R$ 150,00

**Referência**

CABRAL, Luiz Claudio; NUNES, Mauro César – Matemática básica explicada passo a passo – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

## CONJUNTOS

**Conjunto** é uma reunião, agrupamento de pessoas, seres, objetos, classes…, que possuem a mesma característica, nos dá ideia de coleção.

**Noções Primitivas**
Na teoria dos conjuntos três noções são aceitas sem definições:
- Conjunto;
- Elemento;
- E a pertinência entre um elemento e um conjunto.

Um cacho de bananas, um cardume de peixes ou uma porção de livros são todos exemplos de conjuntos.
Conjuntos, como usualmente são concebidos, têm elementos. Um elemento de um conjunto pode ser uma banana, um peixe ou um livro. Convém frisar que um conjunto pode ele mesmo ser elemento de algum outro conjunto.
Em geral indicaremos os conjuntos pelas letras maiúsculas A, B, C, ..., X, e os elementos pelas letras minúsculas a, b, c, ..., x, y, ..., embora não exista essa obrigatoriedade.
A relação de pertinência que nos dá um relacionamento entre um elemento e um conjunto.

Se x é um elemento de um conjunto A, escreveremos $x \in A$.
Lê-se: x é elemento de A ou x pertence a A.

Se x não é um elemento de um conjunto A, escreveremos $x \notin A$.
Lê-se x não é elemento de A ou x não pertence a A.

**Como representar um conjunto**
**1) Pela designação de seus elementos:**
Escrevemos os elementos entre chaves, separando os por vírgula.
**Exemplos:**
{a, e, i, o, u} indica o conjunto formado pelas vogais
{1, 2, 5,10} indica o conjunto formado pelos divisores naturais de 10.

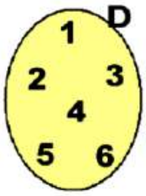
**2) Pela sua característica**
Escrevemos o conjunto enunciando uma propriedade ou característica comum de seus elementos. Assim sendo, o conjunto dos elementos x que possuem a propriedade P é indicado por:
{x, | (tal que) x tem a propriedade P}

**Exemplos:**

- {x| x é vogal} é o mesmo que {a, e, i, o, u}
- {x | x são os divisores naturais de 10} é o mesmo que {1, 2, 5,10}

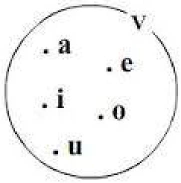
**3) Pelo diagrama de Venn-Euler**

Os elementos do conjunto são colocados dentro de uma figura em forma de elipse, chamada diagrama de Venn.

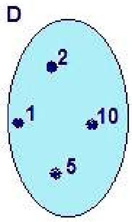



**Exemplos:**

- Conjunto das vogais




- Conjunto dos divisores naturais de 10




**Igualdade de Conjuntos**

Dois conjuntos A = B são ditos iguais (ou idênticos) se todos os seus elementos são iguais, e escrevemos A = B. Caso haja algum que não o seja dizemos que estes conjuntos são distintos e escrevemos A ≠ B.

**Exemplos:**

1) A = {3, 5, 7} e B = {x| x é primo e 3 ≤ x ≤ 7}, então A = B.

2) B = {6, 9,10} e C = {10, 6, 9}, então B = C, note que a ordem dos elementos não altera a igualdade dos conjuntos.

**Tipos de Conjuntos**

**- Conjunto Universo**

Reunião de todos os conjuntos que estamos trabalhando.

**Exemplo:**

Quando falamos de números naturais, temos como Conjunto Universo os números inteiros positivos.

**- Conjunto Vazio**

Conjunto vazio é aquele que não possui elementos. Representa-se por ∅ ou, simplesmente { }.

**Exemplo:**

A = {x| x é natural e menor que 0}

**- Conjunto Unitário**

Conjunto caracterizado por possuir apenas um único elemento.

**Exemplos:**

- Conjunto dos números naturais compreendidos entre 2 e 4. A = {3}
- Conjunto dos números inteiros negativos compreendidos entre -5 e -7. B = {- 6}

**- Conjuntos Finitos e Infinitos**

**Finito =** quando podemos enumerar todos os seus elementos. **Exemplo:** Conjuntos dos Estados da Região Sudeste, S= {Rio de Janeiro, São Paulo, Espirito Santo, Minas Gerais}

**Infinito =** contrário do finito. **Exemplo:** Conjunto dos números inteiros, Z = {..., -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}. A reticências representa o infinito.

**Relação de Pertinência**

A pertinência é representada pelo símbolo ∈ (pertence) ou ∉(não pertence). Ele relaciona elemento com conjunto.

**Exemplo:**

Seja o conjunto B={1, 3, 5, 7}

* 1∈ B, 3 ∈ B, 5 ∈ B

* 2 ∉ B, 6 ∉ B , 9 ∉B

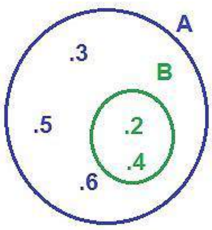
**Subconjuntos**

Quando todos os elementos de um conjunto A são também elementos de um outro conjunto B, dizemos que A é subconjunto de B.

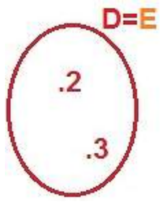
Podemos dizer ainda que subconjunto é quando formamos vários conjuntos menores com as mesmas caraterísticas de um conjunto maior.

**Exemplos:**

- B = {2, 4} ⊂ A = {2, 3, 4, 5, 6}, pois 2 ∈ {2, 3, 4, 5, 6} e 4 ∈ {2, 3, 4, 5 ,6}




- C = {2, 7, 4} ⊄ A = {2, 3, 4, 5, 6}, pois 7 ∉{2, 3, 4, 5, 6}
- D = {2, 3} ⊂ E = {2, 3}, pois 2 ∈ {2, 3} e 3 ∈ {2, 3}




1) **Todo conjunto A é subconjunto dele próprio**;
2) O **conjunto vazio**, por convenção, é **subconjunto de qualquer conjunto**;
3) O conjunto das partes é o conjunto formado por todos os subconjuntos de A.

**Exemplo:** Pegando o conjunto B acima, temos as partes de B:

B= {{ },{2},{4},B}

Podemos concluir com essa propriedade que: Se B tem *n* elementos então *B* possui $2^n$ subconjuntos e, portanto, P(B) possui $2^n$ elementos.

Se quiséssemos saber quantos subconjuntos tem o conjunto A (exemplo acima), basta calcularmos aplicando o fórmula:

Números de elementos(n)= 5 → $2^n = 2^5 = 32$ subconjuntos, incluindo o vazio e ele próprio.

**Relação de inclusão**

Deve ser usada para estabelecer relação entre conjuntos com conjuntos, verificando se um conjunto é subconjunto ou não de outro conjunto.

Representamos as relações de inclusão pelos seguintes símbolos:

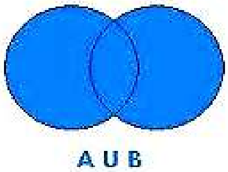
| | |
|---|---|
| ⊂→Está contido | ⊃→Contém |
| ⊄→Não está contido | ⊅→Não contém |

**Operações com Conjuntos**

**- União de conjuntos**

A união (ou reunião) dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A ou a B. Representa-se por $A \cup B$.

Simbolicamente: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$

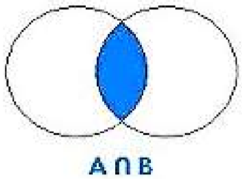



**Exemplos:**

- $\{2, 3\} \cup \{4, 5, 6\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
- $\{2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$
- $\{2, 3\} \cup \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$
- $\{a, b\} \cup \phi = \{a, b\}$

**- Intersecção de conjuntos**

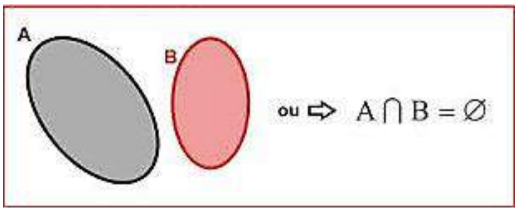
A intersecção dos conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem, simultaneamente, a A e a B. Representa-se por $A \cap B$. Simbolicamente: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$




**Exemplos:**

- $\{2, 3, 4\} \cap \{3, 5\} = \{3\}$
- $\{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4\} = \{2, 3\}$
- $\{2, 3\} \cap \{1, 2, 3, 5\} = \{2, 3\}$
- $\{2, 4\} \cap \{3, 5, 7\} = \phi$

Observação: Se $A \cap B = \phi$, dizemos que A e B são **conjuntos disjuntos**.

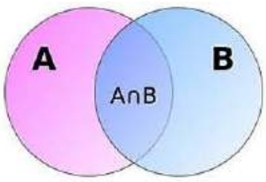



**- Propriedades dos conjuntos disjuntos**

1) $A \cup (A \cap B) = A$
2) $A \cap (A \cup B) = A$
3) Distributiva da reunião em relação à intersecção: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
4) Distributiva da intersecção em relação à união: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

**- Número de Elementos da União e da Intersecção de Conjuntos**

Dados dois conjuntos A e B, como vemos na figura abaixo, podemos estabelecer uma relação entre os respectivos números de elementos.




$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

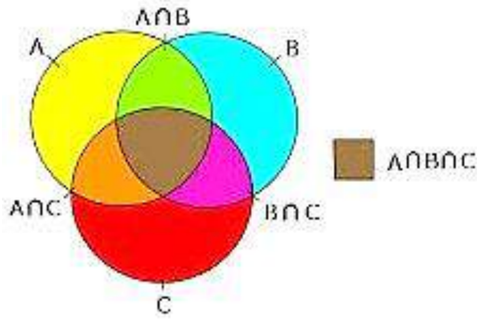
Note que ao subtrairmos os elementos comuns $(n(A \cap B))$ evitamos que eles sejam contados duas vezes.

**Observações:**

a) Se os conjuntos A e B forem disjuntos ou se mesmo um deles estiver contido no outro, ainda assim a relação dada será verdadeira.

b) Podemos ampliar a relação do número de elementos para três ou mais conjuntos com a mesma eficiência.

Observe o diagrama e comprove:




$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

**- Propriedades da União e Intersecção de Conjuntos**

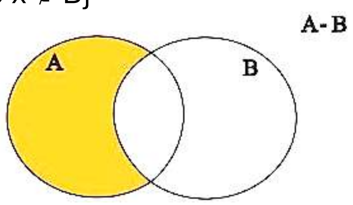
Sendo A, B e C conjuntos quaisquer, valem as seguintes propriedades:

1) Idempotente: A U A = A e A ∩ A= A
2) Elemento Neutro: A U Ø = A e A ∩ U = A
3) Comutativa: A U B = B U A e A ∩ B = B ∩ A
4) Associativa: A U (B U C) = (A U B) U C e A ∩ (B ∩ C) = (A ∩ B) ∩ C

**- Diferença**

A diferença entre os conjuntos A e B é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a A e não pertencem a B. Representa-se por A – B. Para determinar a diferença entre conjuntos, basta observamos o que o conjunto A tem de diferente de B.

Simbolicamente: A – B = {x | x ∈ A e x ∉ B}




**Exemplos:**

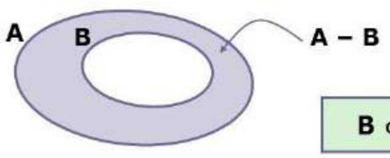
- A = {0, 1, 2, 3} e B = {0, 2} ➔ A – B = {1, 3} e B – A = $\phi$
- A = {1, 2, 3} e B = {2, 3, 4} ➔ A – B = {1} e B – A = {4}
- A = {0, 2, 4} e B = {1 ,3 ,5} ➔ A – B = {0, 2, 4} e B – A = {1, 3, 5}

**Note que A – B ≠ B - A**

**- Complementar**

Dados dois conjuntos A e B, tais que B ⊂ A (**B é subconjunto de A**), chama-se complementar de B em relação a A o conjunto A - B, isto é, o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B.

Dizemos complementar de B em relação a A.




$$\boxed{B \subset A \Rightarrow A - B = C_A B}$$

**Exemplos:**

Seja S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}. Então:

a) A = {2, 3, 4} $\Rightarrow \overline{A}$ = {0, 1, 5, 6}

b) B = {3, 4, 5, 6 } $\Rightarrow \overline{B}$ = {0, 1, 2}

c) C = $\phi \Rightarrow \overline{C}$ = S

**Resolução de Problemas Utilizando Conjuntos**

Muitos dos problemas constituem- se de perguntas, tarefas a serem executadas. Nos utilizaremos dessas informações e dos conhecimentos aprendidos em relação as operações de conjuntos para resolvê-los.

**Exemplos:**

**1)** Numa pesquisa sobre a preferência por dois partidos políticos, A e B, obteve-se os seguintes resultados. Noventa e duas disseram que gostam do partido A, oitenta pessoas disseram que gostam do partido B e trinta e cinco pessoas disseram que gostam dos dois partidos. Quantas pessoas responderam a pesquisa?

**Resolução pela Fórmula**

» n(A U B) = n(A) + n(B) – n(A ∩ B)

» n(A U B) = 92 + 80 – 35

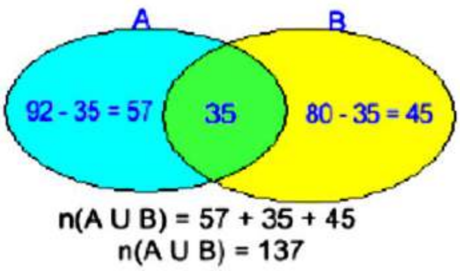
» n(A U B) = 137

**Resolução pelo diagrama:**

- Se 92 pessoas responderam gostar do partido A e 35 delas responderam que gostam de ambos, então o número de pessoas que gostam somente do partido A é: 92 – 35 = 57.

- Se 80 pessoas responderam gostar do partido B e 35 delas responderam gostar dos dois partidos, então o número de operários que gostam somente do partido B é: 80 – 35 = 45.

- Se 57 gostam somente do partido A, 45 responderam que gostam somente do partido B e 35 responderam que gostam dos dois partidos políticos, então o número de pessoas que responderam à pesquisa foi: 57 + 35 + 45 = 137.




**2)** Num grupo de motoristas, há 28 que dirigem automóvel, 12 que dirigem motocicleta e 8 que dirigem automóveis e motocicleta. Quantos motoristas há no grupo?

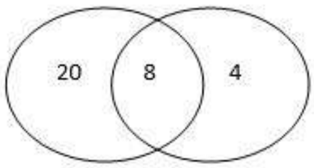
(A) 16 motoristas

(B) 32 motoristas

(C) 48 motoristas

(D) 36 motoristas

**Resolução:**




Os que dirigem automóveis e motocicleta: 8

Os que dirigem apenas automóvel: 28 – 8 = 20

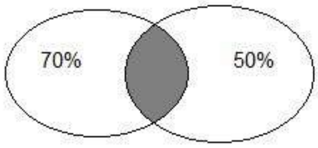
Os que dirigem apenas motocicleta: 12 – 8 = 4

A quantidade de motoristas é o somatório: 20 + 8 + 4 = 32 motoristas.

Resposta: B

**3)** Em uma cidade existem duas empresas de transporte coletivo, A e B. Exatamente 70% dos estudantes desta cidade utilizam a Empresa A e 50% a Empresa B. Sabendo que todo estudante da cidade é usuário de pelo menos uma das empresas, qual o % deles que utilizam as duas empresas?

(A) 20%
(B) 25%
(C) 27%
(D) 33%
(E) 35%
**Resolução:**




70 – 50 = 20.
20% utilizam as duas empresas.
Resposta: A.

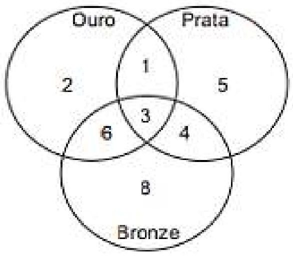
**Questões**

**01. (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC)** Dos 43 vereadores de uma cidade, 13 dele não se inscreveram nas comissões de Educação, Saúde e Saneamento Básico. Sete dos vereadores se inscreveram nas três comissões citadas. Doze deles se inscreveram apenas nas comissões de Educação e Saúde e oito deles se inscreveram apenas nas comissões de Saúde e Saneamento Básico. Nenhum dos vereadores se inscreveu em apenas uma dessas comissões. O número de vereadores inscritos na comissão de Saneamento Básico é igual a
(A) 15.
(B) 21.
(C) 18.
(D) 27.
(E) 16.

**02. (EBSERH/HU-UFS/SE - Tecnólogo em Radiologia - AOCP)** Em uma pequena cidade, circulam apenas dois jornais diferentes. O jornal A e o jornal B. Uma pesquisa realizada com os moradores dessa cidade mostrou que 33% lê o jornal A, 45% lê o jornal B, e 7% leem os jornais A e B. Sendo assim, quantos por centos não leem nenhum dos dois jornais?
(A) 15%
(B) 25%
(C) 27%
(D) 29%
(E) 35%

**03. (TRT 19ª – TÉCNICO JUDICIÁRIO – FCC)** Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos 15 deles também estão aptos para classificar processos e os demais estão aptos para atender ao público. Há outros 11 técnicos que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, 4 deles também são capazes de classificar processos. Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, 27 técnicos. Considerando que todos os técnicos que executam essas três tarefas foram citados anteriormente, eles somam um total de
(A) 58.
(B) 65.
(C) 76.
(D) 53.
(E) 95.

**04. (METRÔ/SP – OFICIAL LOGISTICA –ALMOXARIFADO I – FCC)** O diagrama indica a distribuição de atletas da delegação de um país nos jogos universitários por medalha conquistada. Sabe-se que esse país conquistou medalhas apenas em modalidades individuais. Sabe-se ainda que cada atleta da delegação desse país que ganhou uma ou mais medalhas não ganhou mais de uma medalha do mesmo tipo (ouro, prata, bronze). De acordo com o diagrama, por exemplo, 2 atletas da delegação desse país ganharam, cada um, apenas uma medalha de ouro.




A análise adequada do diagrama permite concluir corretamente que o número de medalhas conquistadas por esse país nessa edição dos jogos universitários foi de
(A) 15.
(B) 29.
(C) 52.
(D) 46.
(E) 40.

**05. (PREF. CAMAÇARI/BA – TÉC. VIGILÂNCIA EM SAÚDE NM – AOCP)** Qual é o número de elementos que formam o conjunto dos múltiplos estritamente positivos do número 3, menores que 31?
(A) 9
(B) 10
(C) 11
(D) 12
(E) 13

**06. (PREF. CAMAÇARI/BA – TÉC. VIGILÂNCIA EM SAÚDE NM – AOCP)** Considere dois conjuntos A e B, sabendo que $A \cap B = \{3\}, A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 5\}\ e\ A - B = \{1; 2\}$, assinale a alternativa que apresenta o conjunto B.
(A) {1;2;3}
(B) {0;3}
(C) {0;1;2;3;5}
(D) {3;5}
(E) {0;3;5}

**07. (INES – Técnico em Contabilidade – MAGNUS CONCURSOS)** Numa biblioteca são lidos apenas dois livros, K e Z. 80% dos seus frequentadores leem o livro K e 60% o livro Z. Sabendo-se que todo frequentador é leitor de pelo menos um dos livros, a opção que corresponde ao percentual de frequentadores que leem ambos, é representado:
(A) 26%
(B) 40%
(C) 34%
(D) 78%
(E) 38%

**08. (METRÔ/SP – ENGENHEIRO SEGURANÇA DO TRABALHO – FCC)** Uma pesquisa, com 200 pessoas, investigou como eram utilizadas as três linhas: A, B e C do Metrô de uma cidade. Verificou-se que 92 pessoas utilizam a linha A; 94 pessoas utilizam a linha B e 110 pessoas utilizam a linha C. Utilizam as linhas A e B um total de 38 pessoas, as linhas A e C um total de 42 pessoas e as linhas B e C um total de 60 pessoas; 26 pessoas que não se utilizam dessas linhas. Desta maneira, conclui-se corretamente que o número de entrevistados que utilizam as linhas A e B e C é igual a
(A) 50.
(B) 26.
(C) 56.
(D) 10.
(E) 18.

**09. (INES – Técnico em Contabilidade – MAGNUS CONCURSOS)** Numa recepção, foram servidos os salgados pastel e casulo. Nessa, estavam presentes 10 pessoas, das quais 5 comeram pastel, 7 comeram casulo e 3 comeram as duas. Quantas pessoas não comeram nenhum dos dois salgados?

(A) 0
(B) 5
(C) 1
(D) 3
(E) 2

**10. (Corpo de Bombeiros Militar/MT – Oficial Bombeiro Militar – COVEST – UNEMAT)** Em uma pesquisa realizada com alunos de uma universidade pública sobre a utilização de operadoras de celular, constatou-se que 300 alunos utilizam a operadora A, 270 utilizam a operadora B, 150 utilizam as duas operadoras (A e B) e 80 utilizam outras operadoras distintas de A e B.

Quantas pessoas foram consultadas?
(A) 420
(B) 650
(C) 500
(D) 720
(E) 800

**Respostas**

**01. Resposta: C.**

De acordo com os dados temos:

7 vereadores se inscreveram nas 3.

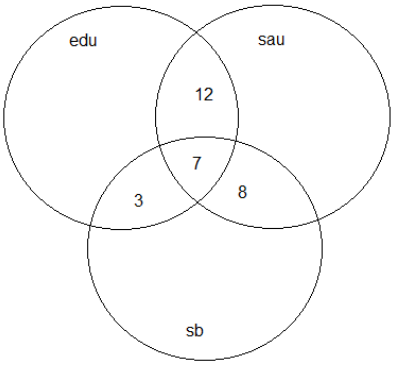
APENAS 12 se inscreveram em educação e saúde (o 12 não deve ser tirado de 7 como costuma fazer nos conjuntos, pois ele já desconsidera os que se inscreveram nos três)

APENAS 8 se inscreveram em saúde e saneamento básico.

São 30 vereadores que se inscreveram nessas 3 comissões, pois 13 dos 43 não se inscreveram.

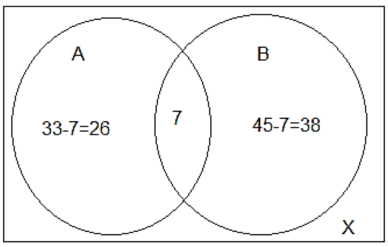
Portanto, 30 – 7 – 12 – 8 = 3

Se inscreveram em educação e saneamento 3 vereadores.




Em saneamento se inscreveram: 3 + 7 + 8 = 18

**02. Resposta: D.**




26 + 7 + 38 + x = 100
x = 100 - 71
x = 29%

**03. Resposta: B.**

Técnicos arquivam e classificam: 15

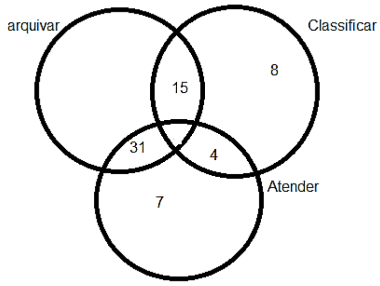
Arquivam e atendem: 46 – 15 = 31

Classificam e atendem: 4

Classificam: 15 + 4 = 19 como são 27 faltam 8

Dos 11 técnicos aptos a atender ao público 4 são capazes de classificar processos, logo apenas 11 - 4 = 7 técnicos são aptos a atender ao público.

Somando todos os valores obtidos no diagrama teremos: 31 + 15 + 7 + 4 + 8 = 65 técnicos.




**04. Resposta: D.**

O diagrama mostra o número de atletas que ganharam medalhas.

No caso das intersecções, devemos multiplicar por 2 por ser 2 medalhas e na intersecção das três medalhas multiplica-se por 3.

Intersecções:

$6 \cdot 2 = 12$

$1 \cdot 2 = 2$

$4 \cdot 2 = 8$

$3 \cdot 3 = 9$

Somando as outras:

2 + 5 + 8 + 12 + 2 + 8 + 9 = 46

**05. Resposta: B.**

Se nos basearmos na tabuada do 3, teremos o seguinte conjunto

A = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30}

10 elementos.

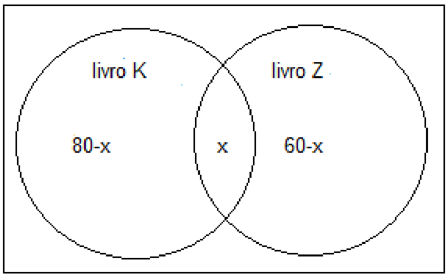
**06. Resposta: E.**

A intersecção dos dois conjuntos, mostra que 3 é elemento de B.

A – B são os elementos que tem em A e não em B.

Então de A ∪ B, tiramos que B = {0; 3; 5}.

**07. Resposta: B.**

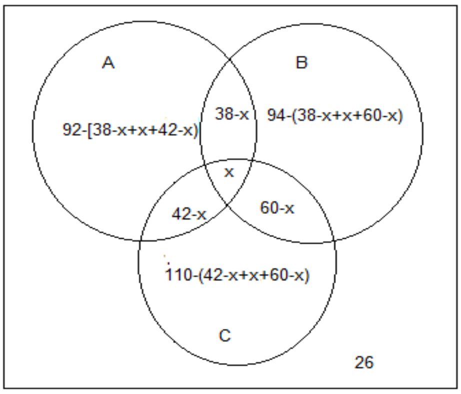



80 – x + x + 60 – x = 100

- x = 100 - 140

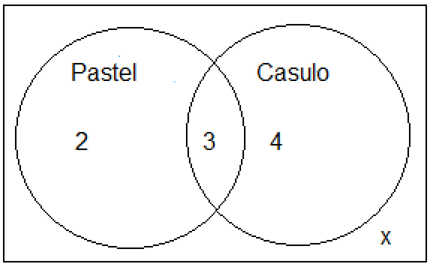
x = 40%

**08. Resposta: E.**



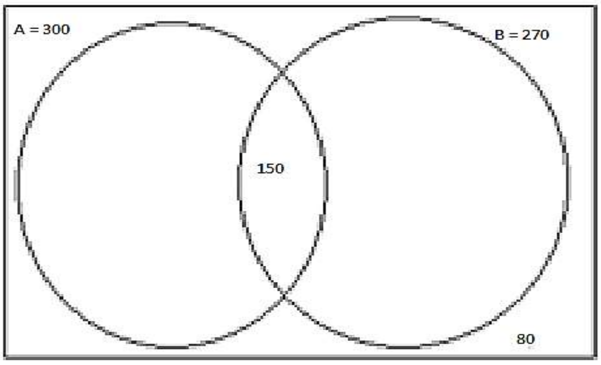
$92-[38\cancel{-x}+\cancel{x}+42-x]+94-[38\cancel{-x+x}+60-x]+110-[42\cancel{-x+x}+60-x]+(38\cancel{-x})+\cancel{x}+(42-x)+(60-x)+26=200$
92 - [80 - x] + 94 - [98 - x] + 110 - [102 - x] + 38 + 42 – x + 60 – x + 26 = 200
$92 - 80 \cancel{+x} + 94 - 98 \cancel{+x} + 110 - 102 + x + 166 \cancel{-2x} = 200$
x + 462 – 280 = 200 ➔ x + 182 = 200 ➔ x = 200-182 ➔ x = 18

**09. Resposta: C.**




2 + 3 + 4 + x = 10
x = 10 - 9
x = 1

**10. Resposta: C.**




300 – 150 = 150
270 – 150 = 120
Assim: 150 + 120 + 150 + 80 = 500(total)

## Referências


GONÇALVES, Antônio R. - Matemática para Cursos de Graduação – Contexto e Aplicações
IEZZI, Gelson - Fundamentos da Matemática Elementar – Vol. 01 – Conjuntos e Funções


## *PORCENTAGEM*

**Razões de denominador 100** que são chamadas de r*azões centesimais* ou *taxas percentuais* ou simplesmente de *porcentagem*. Servem para representar de uma maneira prática o "quanto" de um "todo" se está referenciando.

Costumam ser indicadas pelo numerador seguido do símbolo **%** (Lê-se: “por cento”).

$$x\% = \frac{x}{100}$$

**Exemplos:**

**1)** A tabela abaixo indica, em reais, os resultados das aplicações financeiras de Oscar e Marta entre 02/02/2013 e 02/02/2014.

| | Banco | Saldo em 02/02/2013 | Saldo em 02/02/2014 | Rendimento |
|---|---|---|---|---|
| **Oscar** | A | 500 | 550 | 50 |
| **Marta** | B | 400 | 450 | 50 |

Notamos que a razão entre os rendimentos e o saldo em 02/02/2013 é:

$$\frac{50}{500}, para\ Oscar, no\ Banco\ A;$$

$$\frac{50}{400}, para\ Marta, no\ Banco\ B.$$

Quem obteve melhor rentabilidade?

Uma das maneiras de compará-las é expressá-las com o mesmo denominador (no nosso caso o 100), para isso, vamos simplificar as frações acima:

$$Oscar \Rightarrow \frac{50}{500} = \frac{10}{100}, = 10\%$$

$$Marta \Rightarrow \frac{50}{400} = \frac{12{,}5}{100}, = 12{,}5\%$$

Com isso podemos concluir, Marta obteve uma rentabilidade maior que Oscar ao investir no Banco B.

**2)** Em uma classe com 30 alunos, 18 são rapazes e 12 são moças. Qual é a taxa percentual de rapazes na classe?
Resolução:

A razão entre o número de rapazes e o total de alunos é $\frac{18}{30}$. Devemos expressar essa razão na forma centesimal, isto é, precisamos encontrar x tal que:

$$\frac{18}{30} = \frac{x}{100} \Longrightarrow x = 60$$

E a taxa percentual de rapazes é 60%. Poderíamos ter divido 18 por 30, obtendo:

$$\frac{18}{30} = 0{,}60(.100\%) = 60\%$$

## - Lucro e Prejuízo

É a diferença entre o preço de venda e o preço de custo.
Caso a diferença seja positiva, temos o **lucro(L)**, caso seja negativa, temos **prejuízo(P).**

Lucro (L) = Preço de Venda (V) – Preço de Custo (C).

Podemos ainda escrever:
C + L = V ou L = V - C
P = C – V ou V = C - P

A forma percentual é:

$$\text{Lucro sobre o custo} = \frac{\text{lucro}}{\text{preço de custo}} \cdot 100\%$$

$$\text{Lucro sobre a venda} = \frac{\text{lucro}}{\text{preço de venda}} \cdot 100\%$$

**Exemplos:**
**1)** Um objeto custa R$ 75,00 e é vendido por R$ 100,00. Determinar:
a) a porcentagem de lucro em relação ao preço de custo;
b) a porcentagem de lucro em relação ao preço de venda.

**Resolução:**
Preço de custo + lucro = preço de venda → 75 + lucro =100 → Lucro = R$ 25,00

$a)\frac{lucro}{preço\ de\ custo}.100\% \cong 33{,}33\%$ $b)\frac{lucro}{preço\ de\ venda}.100\% = 25\%$

**2)** O preço de venda de um bem de consumo é R$ 100,00. O comerciante tem um ganho de 25% sobre o preço de custo deste bem. O valor do preço de custo é:
A) R$ 25,00
B) R$ 70,50
C) R$ 75,00
D) R$ 80,00
E) R$ 125,00

**Resolução:**
$\frac{L}{C}.100\% = 25\% \Rightarrow 0{,}25$ , o lucro é calculado em cima do Preço de Custo(PC).

C + L = V → C + 0,25. C = V → 1,25. C = 100 → C = 80,00
Resposta D

**- Aumento e Desconto Percentuais**
**A)** Aumentar um valor V em p%, equivale a multiplicá-lo por $\mathbf{(1+\frac{p}{100}).V}$ .
Logo:

$$V_A = \left(1+\frac{p}{100}\right).V$$

**Exemplos:**
**1 -** Aumentar um valor V de 20% , equivale a multiplicá-lo por 1,20, pois:
$(1+\frac{20}{100})$.V = (1+0,20).V = 1,20.V

**2 -** Aumentar um valor V de 200% , equivale a multiplicá-lo por 3 , pois:
$(1+\frac{200}{100})$.V = (1+2).V = 3.V

**3)** Aumentando-se os lados a e b de um retângulo de 15% e 20%, respectivamente, a área do retângulo é aumentada de:
A)35%
B)30%
C)3,5%
D)3,8%
E) 38%

**Resolução:**
Área inicial: a.b
Com aumento: (a.1,15).(b.1,20) → 1,38.a.b da área inicial. Logo o aumento foi de 38%.
Resposta E

**B)** Diminuir um valor V em p%, equivale a multiplicá-lo por $\mathbf{(1-\frac{p}{100})}$.V.
Logo:

$$V_D = \left(1-\frac{p}{100}\right).V$$

**Exemplos:**
**1)** Diminuir um valor V de 20%, equivale a multiplicá-lo por 0,80, pois:
$(1-\frac{20}{100})$. V = (1-0,20). V = 0, 80.V

**2)** Diminuir um valor V de 40%, equivale a multiplicá-lo por 0,60, pois:
$(1-\frac{40}{100})$. V = (1-0,40). V = 0, 60.V

**3)** O preço do produto de uma loja sofreu um desconto de 8% e ficou reduzido a R$ 115,00. Qual era o seu valor antes do desconto?

Temos que V $_D$ = 115, p = 8% e V =? é o valor que queremos achar.

V $_D$ = $(1 - \frac{p}{100})$. V → 115 = (1-0,08).V → 115 = 0,92V → V = 115/0,92 → V = 125

O valor antes do desconto é de R$ 125,00.

*A esse valor final de* $\mathbf{(1 + \frac{p}{100})}$ *ou* $\mathbf{(1 - \frac{p}{100})}$*, é o que chamamos de* ***fator de multiplicação****, muito útil para resolução de cálculos de porcentagem. O mesmo pode ser um* ***acréscimo*** *ou* ***decréscimo*** *no valor do produto.*

Abaixo a tabela com alguns fatores de multiplicação:

| % | Fator de multiplicação - Acréscimo | Fator de multiplicação - Decréscimo |
|---|---|---|
| 10% | 1,1 | 0,9 |
| 15% | 1,15 | 0,85 |
| 18% | 1,18 | 0,82 |
| 20% | 1,2 | 0,8 |
| 63% | 1,63 | 0,37 |
| 86% | 1,86 | 0,14 |
| 100% | 2 | 0 |

## - Aumentos e Descontos Sucessivos

São valores que aumentam ou diminuem sucessivamente. Para efetuar os respectivos descontos ou aumentos, fazemos uso dos fatores de multiplicação.

**Vejamos alguns exemplos:**

**1)** Dois aumentos sucessivos de 10% equivalem a um único aumento de...?

Utilizando $V_A$ = $(1 + \frac{p}{100})$.V → V. 1,1 , como são dois de 10% temos → V. 1,1 . 1,1 → V. 1,21

Analisando o fator de multiplicação 1,21; concluímos que esses dois aumentos significam um único aumento de 21%.

**Observe que:** esses dois aumentos de 10% equivalem a 21% e não a 20%.

**2)** Dois descontos sucessivos de 20% equivalem a um único desconto de:

Utilizando $V_D$ = $(1 - \frac{p}{100})$.V → V. 0,8 . 0,8 → V. 0,64 . . Analisando o fator de multiplicação 0,64, observamos que esse percentual não representa o valor do desconto, mas sim o valor pago com o desconto. Para sabermos o valor que representa o desconto é só fazermos o seguinte cálculo:

100% - 64% = 36%

**Observe que**: esses dois descontos de 20% equivalem a 36% e não a 40%.

**3)** Certo produto industrial que custava R$ 5.000,00 sofreu um acréscimo de 30% e, em seguida, um desconto de 20%. Qual o preço desse produto após esse acréscimo e desconto?

Utilizando $V_A$ = $(1 + \frac{p}{100})$.V para o aumento e $V_D$ = $(1 - \frac{p}{100})$.V, temos:

$V_A$ = 5000 .(1,3) = 6500 e $V_D$ = 6500 .(0,80) = 5200, podemos, para agilizar os cálculos, juntar tudo em uma única equação:

5000 . 1,3 . 0,8 = 5200

Logo o preço do produto após o acréscimo e desconto é de R$ 5.200,00

## Questões

**01. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – Matemática – GR Consultoria e Assessoria/2016)** Marcos comprou um produto e pagou R$ 108,00, já inclusos 20% de juros. Se tivesse comprado o produto, com 25% de desconto, então, Marcos pagaria o valor de:

(A) R$ 67,50
(B) R$ 90,00
(C) R$ 75,00
(D) R$ 72,50

**02. (Câmara Municipal de São José dos Campos/SP – Analista Técnico Legislativo – Designer Gráfico – VUNESP)** O departamento de Contabilidade de uma empresa tem 20 funcionários, sendo que 15% deles são estagiários. O departamento de Recursos Humanos tem 10 funcionários, sendo 20%

estagiários. Em relação ao total de funcionários desses dois departamentos, a fração de estagiários é igual a

(A) 1/5.
(B) 1/6.
(C) 2/5.
(D) 2/9.
(E) 3/5.

**03. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – Matemática – GR Consultoria e Assessoria/2016)** Quando calculamos 15% de 1.130, obtemos, como resultado

(A) 150
(B) 159,50;
(C) 165,60;
(D) 169,50.

**04. (ALMG – Analista de Sistemas – Administração de Rede – FUMARC)** O Relatório Setorial do Banco do Brasil publicado em 02/07/2013 informou:

*[...] Após queda de 2,0% no mês anterior, segundo o Cepea/Esalq, as cotações do açúcar fecharam o último mês com alta de 1,2%, atingindo R$ 45,03 / saca de 50 kg no dia 28. De acordo com especialistas, o movimento se deve à menor oferta de açúcar de qualidade, além da firmeza nas negociações por parte dos vendedores. Durante o mês de junho, o etanol mostrou maior recuperação que o açúcar, com a cotação do hidratado chegando a R$ 1,1631/litro (sem impostos), registrando alta de 6,5%. A demanda aquecida e as chuvas que podem interromper mais uma vez a moagem de cana-de-açúcar explicam cenário mais positivo para o combustível.*

Fonte: BB-BI Relatório Setorial: Agronegócios-junho/2013 - publicado em 02/07/2013.

Com base nos dados apresentados no Relatório Setorial do Banco do Brasil, é CORRETO afirmar que o valor, em reais, da saca de 50 kg de açúcar no mês de maio de 2013 era igual a

(A) 42,72
(B) 43,86
(C) 44,48
(D) 54,03

**05. (Câmara de Chapecó/SC – Assistente de Legislação e Administração – OBJETIVA)** Em determinada loja, um sofá custa R$ 750,00, e um tapete, R$ 380,00. Nos pagamentos com cartão de crédito, os produtos têm 10% de desconto e, nos pagamentos no boleto, têm 8% de desconto. Com base nisso, realizando-se a compra de um sofá e um tapete, os valores totais a serem pagos pelos produtos nos pagamentos com cartão de crédito e com boleto serão, respectivamente:

(A) R$ 1.100,00 e R$ 1.115,40.
(B) R$ 1.017,00 e R$ 1.039,60.
(C) R$ 1.113,00 e R$ 1.122,00.
(D) R$ 1.017,00 e R$ 1.010,00.

**06. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST)** Um vendedor recebe comissões mensais da seguinte maneira: 5% nos primeiros 10.000 reais vendidos no mês, 6% nos próximos 10.000,00 vendidos, e 7% no valor das vendas que excederem 20.000 reais. Se o total de vendas em certo mês foi de R$ 36.000,00, quanto será a comissão do vendedor?

(A) R$ 2.120,00
(B) R$ 2.140,00
(C) R$ 2.160,00
(D) R$ 2.180,00
(E) R$ 2.220,00

**07. (UFPE - Assistente em Administração – COVEST)** Uma loja compra televisores por R$ 1.500,00 e os revende com um acréscimo de 40%. Na liquidação, o preço de revenda do televisor é diminuído em 35%. Qual o preço do televisor na liquidação?

(A) R$ 1.300,00
(B) R$ 1.315,00
(C) R$ 1.330,00

(D) R$ 1.345,00
(E) R$ 1.365,00

**08. (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC)** O preço de venda de um produto, descontado um imposto de 16% que incide sobre esse mesmo preço, supera o preço de compra em 40%, os quais constituem o lucro líquido do vendedor. Em quantos por cento, aproximadamente, o preço de venda é superior ao de compra?
(A) 67%.
(B) 61%.
(C) 65%.
(D) 63%.
(E) 69%.

**09. (PM/SE – Soldado 3ª Classe – FUNCAB)** Numa liquidação de bebidas, um atacadista fez a seguinte promoção:

Cerveja em lata: R$ 2,40 a unidade.
Na compra de duas embalagens com 12 unidades cada, ganhe 25% de desconto no valor da segunda embalagem.

Alexandre comprou duas embalagens nessa promoção e revendeu cada unidade por R$3,50. O lucro obtido por ele com a revenda das latas de cerveja das duas embalagens completas foi:
(A) R$ 33,60
(B) R$ 28,60
(C) R$ 26,40
(D) R$ 40,80
(E) R$ 43,20

**10. (Pref. Maranguape/CE – Prof. de educação básica – Matemática – GR Consultoria e Assessoria/2016)** Marcos gastou 30% de 50% da quantia que possuía e mais 20% do restante. A porcentagem que lhe sobrou do valor, que possuía é de:
(A) 58%
(B) 68%
(C) 65%
(D) 77,5%

**Respostas**

**01. Resposta: A.**
Como o produto já está acrescido de 20% juros sobre o seu preço original, temos que:
100% + 20% = 120%
Precisamos encontrar o preço original (100%) da mercadoria para podermos aplicarmos o desconto. Utilizaremos uma regra de 3 simples para encontrarmos:
R$ %
108 ---- 120
X ----- 100
120x = 108.100 → 120x = 10800 → x = 10800/120 → x = 90,00
O produto sem o juros, preço original, vale R$ 90,00 e representa 100%. Logo se receber um desconto de 25%, significa ele pagará 75% (100 – 25 = 75%) → 90. 0,75 = 67,50
Então Marcos pagou R$ 67,50.

**02. Resposta: B.**
* Dep. Contabilidade: $\frac{15}{100}.20 = \frac{30}{10} = 3 \rightarrow$ 3 (estagiários)

* Dep. R.H.: $\frac{20}{100}.10 = \frac{200}{100} = 2 \rightarrow$ 2 (estagiários)

$$*\,Total = \frac{números\ estagiários}{números\ de\ funcionários} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

**03. Resposta: D.**
15% de 1130 = 1130.0,15 ou 1130.15/100 → 169,50

**04. Resposta: C.**
1,2% de 45,03 = $\frac{1,2}{100} . 45,03 = 0,54$
Como no mês anterior houve queda, vamos fazer uma subtração.
45,03 – 0,54 = 44,49

**05. Resposta: B.**
Cartão de crédito: 10/100. (750 + 380) = 1/10 . 1130 = 113
1130 – 113 = R$ 1017,00
Boleto: 8/100. (750 + 380) = 8/100 . 1130 = 90,4
1130 – 90,4 = R$ 1039,60

**06. Resposta: E.**
5% de 10000 = 5 / 100. 10000 = 500
6% de 10000 = 6 / 100. 10000 = 600
7% de 16000 (= 36000 – 20000) = 7 / 100. 16000 = 1120
Comissão = 500 + 600 + 1120 = R$ 2220,00

**07. Resposta: E.**
Preço de revenda: 1500 + 40 / 100. 1500 = 1500 + 600 = 2100
Preço com desconto: 2100 – 35 / 100. 2100 = 2100 – 735 = R$ 1365,00

**08. Resposta: A.**
Preço de venda: V
Preço de compra: C
V – 0,16V = 1,4C
0,84V = 1,4C

$$\frac{V}{C} = \frac{1,4}{0,84} = 1,67$$
O preço de venda é 67% superior ao preço de compra.

**09. Resposta: A.**
2,40 . 12 = 28,80
Segunda embalagem: 28,80. 0,75 = 21,60
As duas embalagens: 28,80 + 21,60 = 50,40
Revenda: 3,5. 24 = 84,00
Lucro: R$ 84,00 – R$ 50,40 = R$ 33,60
O lucro de Alexandre foi de R$ 33,60

**10. Resposta: B.**
De um total de 100%, temos que ele gastou 30% de 50% = 30%.50% = 15% foi o que ele gastou, sobrando: 100% - 15% = 85%. Desses 85% ele gastou 20%, logo 20%.85% = 17%, sobrando:
85% - 17% = 68%.

**Referências**

IEZZI, Gelson – Fundamentos da Matemática – Vol. 11 – Financeira e Estatística Descritiva
IEZZI, Gelson – Matemática Volume Único
http://www.porcentagem.org
http://www.infoescola.com

## *SEQUÊNCIAS*

O Raciocínio é uma operação lógica, discursiva e mental. Neste, o intelecto humano utiliza uma ou mais proposições, para concluir através de mecanismos de comparações e abstrações, quais são os dados que levam às respostas verdadeiras, falsas ou prováveis. Foi pelo processo do raciocínio que ocorreu o desenvolvimento do método matemático, este considerado instrumento puramente teórico e dedutivo, que prescinde de dados empíricos. Logo, resumidamente o raciocínio pode ser considerado também um dos integrantes dos mecanismos dos processos cognitivos superiores da formação de conceitos e da solução de problemas, sendo parte do pensamento.

***Sequências Lógicas***

As sequências podem ser formadas por números, letras, pessoas, figuras, etc. Existem várias formas de se estabelecer uma sequência, o importante é que existem pelo menos três elementos que caracterize a lógica de sua formação, entretanto algumas séries necessitam de mais elementos para definir sua lógica. Algumas sequências são bastante conhecidas e toda pessoa que estuda lógica deve conhecê-las, tais como as progressões aritméticas e geométricas, a série de Fibonacci, os números primos e os quadrados perfeitos.

***Sequência de Números***

***Progressão Aritmética:*** Soma-se constantemente um mesmo número.

$$2 \xrightarrow{+3} 5 \xrightarrow{+3} 8 \xrightarrow{+3} 11 \xrightarrow{+3} 14 \xrightarrow{+3} 17$$

***Progressão Geométrica:*** Multiplica-se constantemente um mesmo número.

$$2 \xrightarrow{\times 3} 6 \xrightarrow{\times 3} 18 \xrightarrow{\times 3} 54 \xrightarrow{\times 3} 162 \xrightarrow{\times 3} 486$$

***Incremento em Progressão:*** O valor somado é que está em progressão.

$$1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+3} 7 \xrightarrow{+4} 11 \xrightarrow{+5} 16$$

***Série de Fibonacci:*** Cada termo é igual a soma dos dois anteriores.

***1 1 2 3 5 8 13***

***Números Primos:*** Naturais que possuem apenas dois divisores naturais.

***2 3 5 7 11 13 17***

***Quadrados Perfeitos:*** Números naturais cujas raízes são naturais.

***1 4 9 16 25 36 49***

***Sequência de Letras***

As sequências de letras podem estar associadas a uma série de números ou não. Em geral, devemos escrever todo o alfabeto (observando se deve, ou não, contar com k, y e w) e circular as letras dadas para entender a lógica proposta.

***A C F J O U***

Observe que foram saltadas 1, 2, 3, 4 e 5 letras e esses números estão em progressão.

***A*** *B* ***C*** *D E* ***F*** *G H I* ***J*** *K L M N* ***O*** *P Q R S T* ***U***

***B1 2F H4 8L N16 32R T64***

Nesse caso, associou-se letras e números (potências de 2), alternando a ordem. As letras saltam 1, 3, 1, 3, 1, 3 e 1 posições.

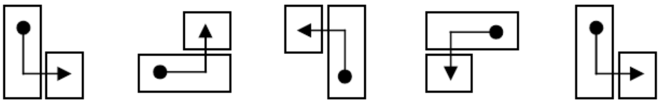
*A* ***B*** *C D E* ***F*** *G* ***H*** *I J K* ***L*** *M* ***N*** *O P Q* ***R*** *S* ***T***

***Sequência de Pessoas***

Na série a seguir, temos sempre um homem seguido de duas mulheres, ou seja, aqueles que estão em uma posição múltipla de três (3º, 6º, 9º, 12º,...) serão mulheres e a posição dos braços sempre alterna, ficando para cima em uma posição múltipla de dois (2º, 4º, 6º, 8º,...). Sendo assim, a sequência se repete a cada seis termos, tornando possível determinar quem estará em qualquer posição.

***Sequência de Figuras***

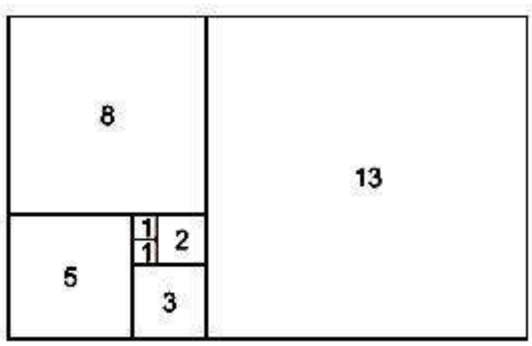
Esse tipo de sequência pode seguir o mesmo padrão visto na sequência de pessoas ou simplesmente sofrer rotações, como nos exemplos a seguir.



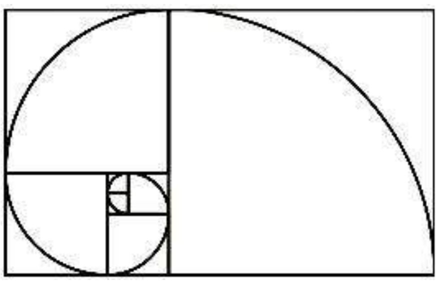
***Sequência de Fibonacci***

O matemático Leonardo Pisa, conhecido como Fibonacci, propôs no século XIII, a sequência numérica: (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, …). Essa sequência tem uma lei de formação simples: cada elemento, a partir do terceiro, é obtido somando-se os dois anteriores. Veja: 1 + 1 = 2, 2 + 1 = 3, 3 + 2 = 5 e assim por diante. Desde o século XIII, muitos matemáticos, além do próprio Fibonacci, dedicaram-se ao estudo da sequência que foi proposta, e foram encontradas inúmeras aplicações para ela no desenvolvimento de modelos explicativos de fenômenos naturais.

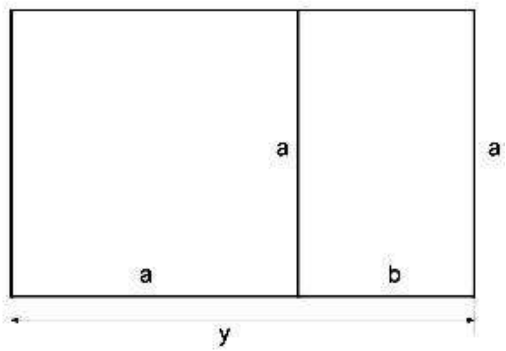
Veja alguns exemplos das aplicações da sequência de Fibonacci e entenda porque ela é conhecida como uma das maravilhas da Matemática. A partir de dois quadrados de lado 1, podemos obter um retângulo de lados 2 e 1. Se adicionarmos a esse retângulo um quadrado de lado 2, obtemos um novo retângulo 3 x 2. Se adicionarmos agora um quadrado de lado 3, obtemos um retângulo 5 x 3. Observe a figura a seguir e veja que os lados dos quadrados que adicionamos para determinar os retângulos formam a sequência de Fibonacci.




Se utilizarmos um compasso e traçarmos o quarto de circunferência inscrito em cada quadrado, encontraremos uma espiral formada pela concordância de arcos cujos raios são os elementos da sequência de Fibonacci.



O Partenon que foi construído em Atenas pelo célebre arquiteto grego Fidias. A fachada principal do edifício, hoje em ruínas, era um retângulo que continha um quadrado de lado igual à altura. Essa forma sempre foi considerada satisfatória do ponto de vista estético por suas proporções sendo chamada *retângulo áureo* ou *retângulo de ouro*.




Como os dois retângulos indicados na figura são semelhantes temos: $\frac{y}{a} = \frac{a}{b}$ (1).

Como: b = y – a (2).
Substituindo (2) em (1) temos: $y^2 - ay - a^2 = 0$.
Resolvendo a equação:

$y = \frac{a(1\pm\sqrt{5}}{2}$ em que $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0\right)$ não convém.

Logo: $\frac{y}{a} = \frac{(1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803398875$

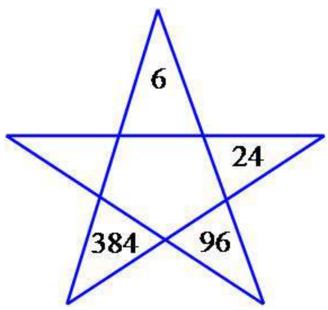
Esse número é conhecido como número de ouro e pode ser representado por:

$$\theta = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Todo retângulo e que a razão entre o maior e o menor lado for igual a $\theta$ é chamado retângulo áureo como o caso da fachada do Partenon.

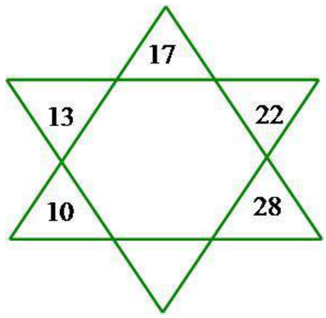
As figuras a seguir possuem números que representam uma sequência lógica. Veja os exemplos:

***Exemplo 1***



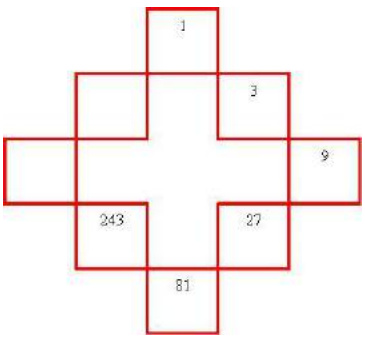

A sequência numérica proposta envolve multiplicações por 4.
6 x 4 = 24
24 x 4 = 96
96 x 4 = 384
384 x 4 = 1536

**_Exemplo 2_**



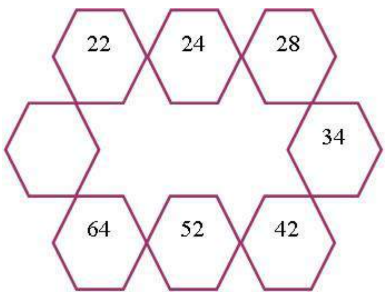

A diferença entre os números vai aumentando 1 unidade.
13 – 10 = 3
17 – 13 = 4
22 – 17 = 5
28 – 22 = 6
35 – 28 = 7

**_Exemplo 3_**




Multiplicar os números sempre por 3.
1 x 3 = 3
3 x 3 = 9
9 x 3 = 27
27 x 3 = 81
81 x 3 = 243
243 x 3 = 729
729 x 3 = 2187

**_Exemplo 4_**

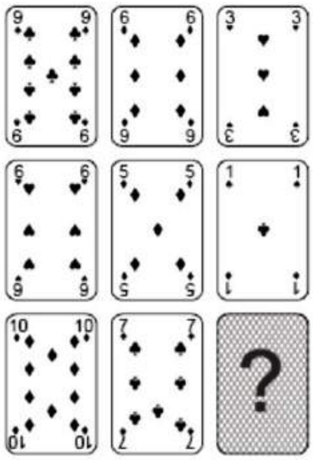



A diferença entre os números vai aumentando 2 unidades.
24 – 22 = 2
28 – 24 = 4
34 – 28 = 6
42 – 34 = 8
52 – 42 = 10

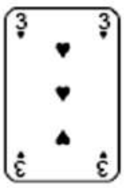
64 – 52 = 12
78 – 64 = 14

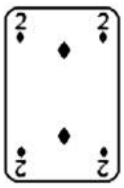
### Questões

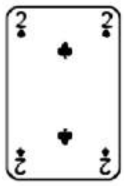
**01.** Observe atentamente a disposição das cartas em cada linha do esquema seguinte:

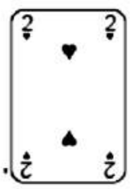


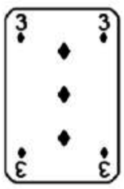
A carta que está oculta é:

(A)


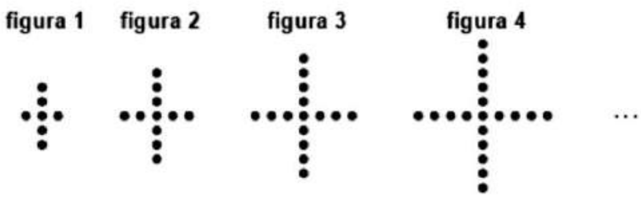
(B)


(C)


(D)


(E)


**02.** Considere que a sequência de figuras foi construída segundo um certo critério.

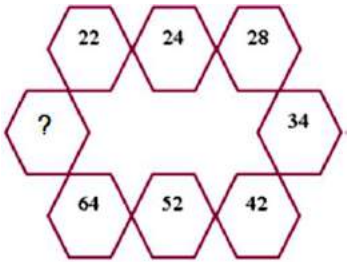



Se tal critério for mantido, para obter as figuras subsequentes, o total de pontos da figura de número 15 deverá ser:
(A) 69
(B) 67
(C) 65
(D) 63
(E) 61

**03.** O próximo número dessa sequência lógica é: *1000, 990, 970, 940, 900, 850, ...*

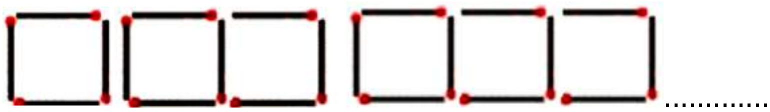
(A) 800
(B) 790
(C) 780
(D) 770

**04.** Na sequência lógica de números representados nos hexágonos, da figura abaixo, observa-se a ausência de um deles que pode ser:




(A) 76
(B) 10
(C) 20
(D) 78

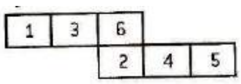
**05.** Uma criança brincando com uma caixa de palitos de fósforo constrói uma sequência de quadrados conforme indicado abaixo:

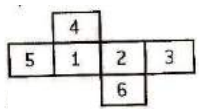


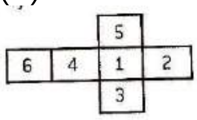
1°  2°  3°

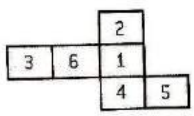
Quantos palitos ele utilizou para construir a 7ª figura?
(A) 20 palitos
(B) 25 palitos
(C) 28 palitos
(D) 22 palitos

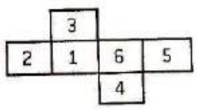
**06.** Ana fez diversas planificações de um cubo e escreveu em cada um, números de 1 a 6. Ao montar o cubo, ela deseja que a soma dos números marcados nas faces opostas seja 7. A única alternativa cuja figura representa a planificação desse cubo tal como deseja Ana é:

(A)


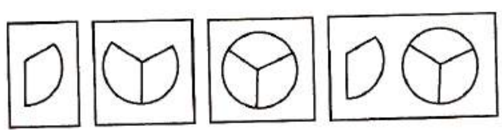

(B)



(C)



(D)


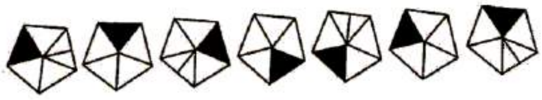

(E)



**07.** As figuras da sequência dada são formadas por partes iguais de um círculo.



Continuando essa sequência, obtém-se exatamente 16 círculos completos na:
(A) 36ª figura
(B) 48ª figura
(C) 72ª figura
(D) 80ª figura
(E) 96ª figura

**08.** Analise a sequência a seguir:



Admitindo-se que a regra de formação das figuras seguintes permaneça a mesma, pode-se afirmar que a figura que ocuparia a 277ª posição dessa sequência é:

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


**09.** Observe a sequência: *2, 10, 12, 16, 17, 18, 19*, ... Qual é o próximo número?
(A) 20
(B) 21
(C) 100
(D) 200

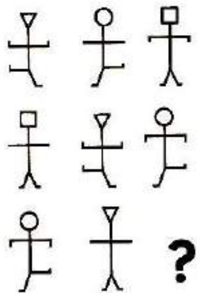
**10.** Observe a sequência: *3,13, 30, ...* Qual é o próximo número?
(A) 4
(B) 20
(C) 31
(D) 21

**11.** Os dois pares de palavras abaixo foram formados segundo determinado critério.

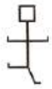
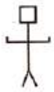
*LACRAÇÃO* → *cal*
*AMOSTRA* → *soma*
*LAVRAR* → *?*

Segundo o mesmo critério, a palavra que deverá ocupar o lugar do ponto de interrogação é:
(A) alar
(B) rala
(C) ralar
(D) larva
(E) arval

**12.** Observe que as figuras abaixo foram dispostas, linha a linha, segundo determinado padrão.



Segundo o padrão estabelecido, a figura que substitui corretamente o ponto de interrogação é:

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

**13.** Observe que na sucessão seguinte os números foram colocados obedecendo a uma lei de formação.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 8 | 5 | X | 7 | 14 | 11 |
| 4 | 12 | 10 | Y | 28 | 84 | 82 |

Os números X e Y, obtidos segundo essa lei, são tais que *X* + *Y* é igual a:
(A) 40
(B) 42
(C) 44
(D) 46
(E) 48

**14.** A figura abaixo representa algumas letras dispostas em forma de triângulo, segundo determinado critério.

I
L J
H G F
? _ N _
E D C B A

Considerando que na ordem alfabética usada são excluídas as letra *"K", "W"* e *"Y"*, a letra que substitui corretamente o ponto de interrogação é:
(A) P
(B) O
(C) N
(D) M
(E) L

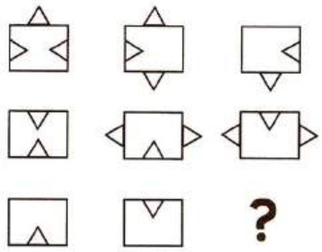
**15.** Considere que a sequência seguinte é formada pela sucessão natural dos números inteiros e positivos, sem que os algarismos sejam separados.

***1234567891011121314151617181920...***

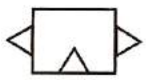
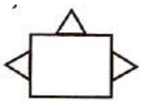
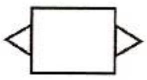
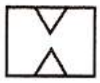
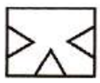
O algarismo que deve aparecer na 276ª posição dessa sequência é:

(A) 9
(B) 8
(C) 6
(D) 3
(E) 1

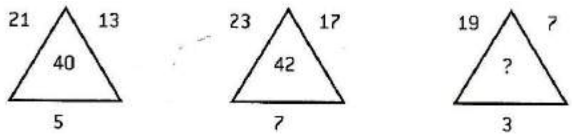
**16.** Em cada linha abaixo, as três figuras foram desenhadas de acordo com determinado padrão.




Segundo esse mesmo padrão, a figura que deve substituir o ponto de interrogação é:

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

**17.** Observe que, na sucessão de figuras abaixo, os números que foram colocados nos dois primeiros triângulos obedecem a um mesmo critério.




Para que o mesmo critério seja mantido no triângulo da direita, o número que deverá substituir o ponto de interrogação é:
(A) 32
(B) 36
(C) 38
(D) 42
(E) 46

**18.** Considere a seguinte sequência infinita de números: *3, 12, 27, __, 75, 108,...* O número que preenche adequadamente a quarta posição dessa sequência é:
(A) 36,
(B) 40,
(C) 42,
(D) 44,
(E) 48

**19.** Observando a sequência (1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{20}$, ...) o próximo numero será:
(A) $\frac{1}{24}$

(B) $\frac{1}{30}$

(C) $\frac{1}{36}$

(D) $\frac{1}{40}$

**20.** Considere a sequência abaixo:

| | | |
|---|---|---|
| *BBB* | *BXB* | *XXB* |
| *XBX* | *XBX* | *XBX* |
| *BBB* | *BXB* | *BXX* |

O padrão que completa a sequência é:

| (A) | (B) | (C) |
|---|---|---|
| *XXX* | *XXB* | *XXX* |
| *XXX* | *XBX* | *XXX* |
| *XXX* | *BXX* | *XXB* |

| (D) | (E) |
|---|---|
| *XXX* | *XXX* |
| *XBX* | *XBX* |
| *XXX* | *BXX* |

**21.** Na série de Fibonacci, cada termo a partir do terceiro é igual à soma de seus dois termos precedentes. Sabendo-se que os dois primeiros termos, por definição, são 0 e 1, o sexto termo da série é:
(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

**22.** Nosso código secreto usa o alfabeto *A B C D E F G H I J L M N O P Q R S T U V X Z*. Do seguinte modo: cada letra é substituída pela letra que ocupa a quarta posição depois dela. Então, o *"A"* vira *"E"*, o *"B"* vira *"F"*, o *"C"* vira *"G"* e assim por diante. O código é "circular", de modo que o *"U"* vira *"A"* e assim por diante. Recebi uma mensagem em código que dizia: BSA HI EDAP. Decifrei o código e li:
(A) FAZ AS DUAS;
(B) DIA DO LOBO;
(C) RIO ME QUER;
(D) VIM DA LOJA;
(E) VOU DE AZUL.

**23**. A sentença "*Social está para laicos assim como 231678 está para...*" é melhor completada por:
(A) 326187;
(B) 876132;
(C) 286731;
(D) 827361;
(E) 218763.

**24.** A sentença "*Salta está para Atlas assim como 25435 está para...*" é melhor completada pelo seguinte número:
(A) 53452;
(B) 23455;
(C) 34552;
(D) 43525;
(E) 53542.

**25.** Repare que com um número de 5 algarismos, respeitada a ordem dada, podem-se criar 4 números de dois algarismos. Por exemplo: de 34.712, podem-se criar o 34, o 47, o 71 e o 12. Procura-se um número de 5 algarismos formado pelos algarismos 4, 5, 6, 7 e 8, sem repetição. Veja abaixo alguns números desse tipo e, ao lado de cada um deles, a quantidade de números de dois algarismos que esse número tem em comum com o número procurado.

| *Número dado* | *Quantidade de números de 2 algarismos em comum* |
|---|---|
| 48.765 | 1 |
| 86.547 | 0 |
| 87.465 | 2 |
| 48.675 | 1 |

O número procurado é:
(A) 87456
(B) 68745
(C) 56874
(D) 58746
(E) 46875

**26.** Considere que os símbolos ♦ e ♣ que aparecem no quadro seguinte, substituem as operações que devem ser efetuadas em cada linha, a fim de se obter o resultado correspondente, que se encontra na coluna da extrema direita.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 36 | ♦ | 4 | ♣ | 5 | = | 14 |
| 48 | ♦ | 6 | ♣ | 9 | = | 17 |
| 54 | ♦ | 9 | ♣ | 7 | = | ? |

Para que o resultado da terceira linha seja o correto, o ponto de interrogação deverá ser substituído pelo número:
(A) 16
(B) 15
(C) 14
(D) 13
(E) 12

**27.** Segundo determinado critério, foi construída a sucessão seguinte, em que cada termo é composto de um número seguido de uma letra: A1 – E2 – B3 – F4 – C5 – G6 – .... Considerando que no alfabeto usado são excluídas as letras K, Y e W, então, de acordo com o critério estabelecido, a letra que deverá anteceder o número 12 é:
(A) J
(B) L
(C) M
(D) N
(E) O

**28.** Os nomes de quatro animais – MARÁ, PERU, TATU e URSO – devem ser escritos nas linhas da tabela abaixo, de modo que cada uma das suas respectivas letras ocupe um quadrinho e, na diagonal sombreada, possa ser lido o nome de um novo animal.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |

Excluídas do alfabeto as letras K, W e Y e fazendo cada letra restante corresponder ordenadamente aos números inteiros de 1 a 23 (ou seja, A = 1, B = 2, C = 3,..., Z = 23), a soma dos números que correspondem às letras que compõem o nome do animal é:
(A) 37
(B) 39
(C) 45
(D) 49
(E) 51

Nas questões ***29*** e ***30***, observe que há uma relação entre o primeiro e o segundo grupos de letras. A mesma relação deverá existir entre o terceiro grupo e um dos cinco grupos que aparecem nas alternativas, ou seja, aquele que substitui corretamente o ponto de interrogação. Considere que a ordem alfabética adotada é a oficial e exclui as letras K, W e Y.

**29.** CASA: LATA: LOBO: ?
(A) SOCO
(B) TOCO
(C) TOMO
(D) VOLO
(E) VOTO

**30.** ABCA: DEFD: HIJH: ?
(A) IJLI
(B) JLMJ
(C) LMNL
(D) FGHF
(E) EFGE

**31.** Os termos da sucessão seguinte foram obtidos considerando uma lei de formação (*0, 1, 3, 4, 12, 13, ...*). Segundo essa lei, o décimo terceiro termo dessa sequência é um número:
(A) Menor que 200.
(B) Compreendido entre 200 e 400.
(C) Compreendido entre 500 e 700.
(D) Compreendido entre 700 e 1.000.
(E) Maior que 1.000.

Para responder às questões de números ***32*** e ***33***, você deve observar que, em cada um dos dois primeiros pares de palavras dadas, a palavra da direita foi obtida da palavra da esquerda segundo determinado critério. Você deve descobrir esse critério e usá-lo para encontrar a palavra que deve ser colocada no lugar do ponto de interrogação.

**32.** Ardoroso → rodo
Dinamizar → mina
Maratona → ?
(A) mana
(B) toma
(C) tona
(D) tora
(E) rato

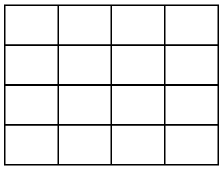
**33.** Arborizado → azar
Asteróide → dias
Articular → ?
(A) luar
(B) arar
(C) lira
(D) luta
(E) rara

**34.** Preste atenção nesta sequência lógica e identifique quais os números que estão faltando: *1, 1, 2, __, 5, 8, __,21, 34, 55, __, 144, __...*

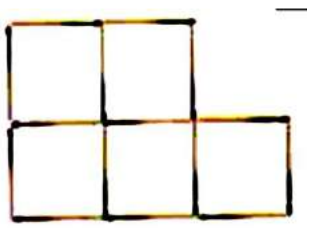
**35.** Uma lesma encontra-se no fundo de um poço seco de 10 metros de profundidade e quer sair de lá. Durante o dia, ela consegue subir 2 metros pela parede; mas à noite, enquanto dorme, escorrega 1 metro. Depois de quantos dias ela consegue chegar à saída do poço?

**36.** Quantas vezes você usa o algarismo 9 para numerar as páginas de um livro de 100 páginas?

**37.** Quantos quadrados existem na figura abaixo?



**38.** Retire três palitos e obtenha apenas três quadrados.



**39.** Qual será o próximo símbolo da sequência abaixo?

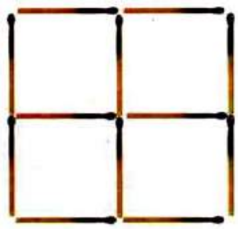
**40.** Reposicione dois palitos e obtenha uma figura com cinco quadrados iguais.

**41.** Observe as multiplicações a seguir:
*12.345.679 × 18 = 222.222.222*
*12.345.679 × 27 = 333.333.333*
*... ...*
*12.345.679 × 54 = 666.666.666*

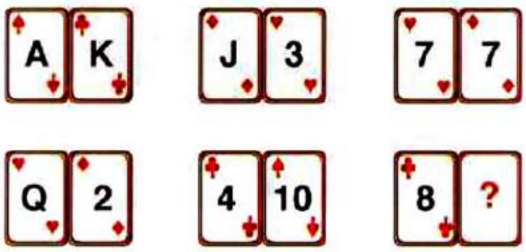
Para obter *999.999.999* devemos multiplicar *12.345.679* por quanto?

**42.** Esta casinha está de frente para a estrada de terra. Mova dois palitos e faça com que fique de frente para a estrada asfaltada.

**43.** Remova dois palitos e deixe a figura com dois quadrados.



**44.** As cartas de um baralho foram agrupadas em pares, segundo uma relação lógica. Qual é a carta que está faltando, sabendo que K vale 13, Q vale 12, J vale 11 e A vale 1?



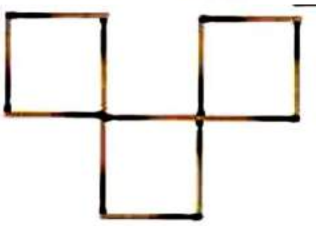

**45.** Mova um palito e obtenha um quadrado perfeito.

**46.** Qual o valor da pedra que deve ser colocada em cima de todas estas para completar a sequência abaixo?

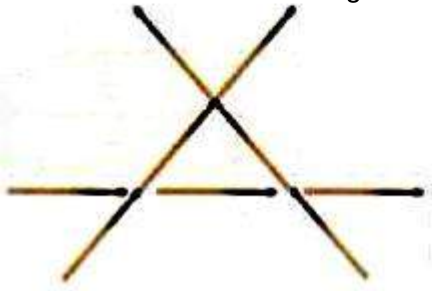

**47.** Mova três palitos nesta figura para obter cinco triângulos.

**48.** Tente dispor 6 moedas em 3 fileiras de modo que em cada fileira fiquem apenas 3 moedas.

**49.** Reposicione três palitos e obtenha cinco quadrados.



**50.** Mude a posição de quatro palitos e obtenha cinco triângulos.



**Respostas**

**01. Resposta: A.**

A diferença entre os números estampados nas cartas 1 e 2, em cada linha, tem como resultado o valor da 3ª carta e, além disso, o naipe não se repete. Assim, a 3ª carta, dentro das opções dadas só pode ser a da opção (A).

**02. Resposta: D.**

Observe que, tomando o eixo vertical como eixo de simetria, tem-se:
*Na figura 1:* 01 ponto de cada lado → 02 pontos no total.
*Na figura 2:* 02 pontos de cada lado → 04 pontos no total.
*Na figura 3:* 03 pontos de cada lado → 06 pontos no total.
*Na figura 4:* 04 pontos de cada lado → 08 pontos no total.
*Na figura n:* n pontos de cada lado → 2.n pontos no total.

Em particular:
*Na figura 15:* 15 pontos de cada lado → 30 pontos no total.

Agora, tomando o eixo horizontal como eixo de simetria, tem-se:
*Na figura 1:* 02 pontos acima e abaixo → 04 pontos no total.
*Na figura 2:* 03 pontos acima e abaixo → 06 pontos no total.
*Na figura 3:* 04 pontos acima e abaixo → 08 pontos no total.
*Na figura 4:* 05 pontos acima e abaixo → 10 pontos no total.
*Na figura n:* (n+1) pontos acima e abaixo → 2.(n+1) pontos no total.

Em particular:
*Na figura 15:* 16 pontos acima e abaixo → 32 pontos no total. Incluindo o ponto central, que ainda não foi considerado, temos para total de pontos da figura 15: Total de pontos = 30 + 32 + 1 = 63 pontos.

**03. Resposta: B.**

Nessa sequência, observamos que a diferença: entre 1000 e 990 é 10, entre 990 e 970 é 20, entre o 970 e 940 é 30, entre 940 e 900 é 40, entre 900 e 850 é 50, portanto entre 850 e o próximo número é 60, dessa forma concluímos que o próximo número é 790, pois: 850 – 790 = 60.

**04. Resposta: D.**

Nessa sequência lógica, observamos que a diferença: entre 24 e 22 é 2, entre 28 e 24 é 4, entre 34 e 28 é 6, entre 42 e 34 é 8, entre 52 e 42 é 10, entre 64 e 52 é 12, portanto entre o próximo número e 64 é 14, dessa forma concluímos que o próximo número é 78, pois: 76 – 64 = 14.

**05. Resposta: D.**
Observe a tabela:

| *Figuras* | 1ª | 2ª | 3ª | 4ª | 5ª | 6ª | 7ª |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *N° de Palitos* | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 |

Temos de forma direta, pela contagem, a quantidade de palitos das três primeiras figuras. Feito isto, basta perceber que cada figura a partir da segunda tem a quantidade de palitos da figura anterior acrescida de 3 palitos. Desta forma, fica fácil preencher o restante da tabela e determinar a quantidade de palitos da 7ª figura.

**06. Resposta: A.**
Na figura apresentada na letra “B”, não é possível obter a planificação de um lado, pois o 4 estaria do lado oposto ao 6, somando 10 unidades. Na figura apresentada na letra “C”, da mesma forma, o 5 estaria em face oposta ao 3, somando 8, não formando um lado. Na figura da letra “D”, o 2 estaria em face oposta ao 4, não determinando um lado. Já na figura apresentada na letra “E”, o 1 não estaria em face oposta ao número 6, impossibilitando, portanto, a obtenção de um lado. Logo, podemos concluir que a planificação apresentada na letra “A” é a única para representar um lado.

**07. Resposta: B.**
Como na 3ª figura completou-se um círculo, para completar 16 círculos é suficiente multiplicar 3 por 16: 3. 16 = 48. Portanto, na 48ª figura existirão 16 círculos.

**08. Resposta: B.**
A sequência das figuras completa-se na 5ª figura. Assim, continua-se a sequência de 5 em 5 elementos. A figura de número 277 ocupa, então, a mesma posição das figuras que representam número 5n + 2, com $n \in N$. Ou seja, a 277ª figura corresponde à 2ª figura, que é representada pela letra “B”.

**09. Resposta: D.**
A regularidade que obedece a sequência acima não se dá por padrões numéricos e sim pela letra que inicia cada número. “Dois, Dez, Doze, Dezesseis, Dezessete, Dezoito, Dezenove, ... Enfim, o próximo só pode iniciar também com “D”: Duzentos.

**10. Resposta: C.**
Esta sequência é regida pela inicial de cada número. Três, Treze, Trinta,... O próximo só pode ser o número Trinta e um, pois ele inicia com a letra “T”.

**11. Resposta: E.**
Na 1ª linha, a palavra CAL foi retirada das 3 primeiras letras da palavra LACRAÇÃO, mas na ordem invertida. Da mesma forma, na 2ª linha, a palavra SOMA é retirada da palavra AMOSTRA, pelas 4 primeira letras invertidas. Com isso, da palavra LAVRAR, ao se retirarem as 5 primeiras letras, na ordem invertida, obtém-se ARVAL.

**12. Resposta: C.**
Em cada linha apresentada, as cabeças são formadas por quadrado, triângulo e círculo. Na 3ª linha já há cabeças com círculo e com triângulo. Portanto, a cabeça da figura que está faltando é um quadrado. As mãos das figuras estão levantadas, em linha reta ou abaixadas. Assim, a figura que falta deve ter as mãos levantadas (é o que ocorre em todas as alternativas). As figuras apresentam as 2 pernas ou abaixadas, ou 1 perna levantada para a esquerda ou 1 levantada para a direita. Nesse caso, a figura que está faltando na 3ª linha deve ter 1 perna levantada para a esquerda. Logo, a figura tem a cabeça quadrada, as mãos levantadas e a perna erguida para a esquerda.

**13. Resposta: A.**
Existem duas leis distintas para a formação: uma para a parte superior e outra para a parte inferior. Na parte superior, tem-se que: do 1º termo para o 2º termo, ocorreu uma multiplicação por 2; já do 2º termo para o 3º, houve uma subtração de 3 unidades. Com isso, $X$ é igual a 5 multiplicado por 2, ou seja, $X$ = 10. Na parte inferior, tem-se: do 1º termo para o 2º termo ocorreu uma multiplicação por 3; já do 2º termo para o 3º, houve uma subtração de 2 unidades. Assim, $Y$ é igual a 10 multiplicado por 3, isto é, $Y$ = 30. Logo, $X + Y = 10 + 30 = 40$.

**14. Resposta: A.**

A sequência do alfabeto inicia-se na extremidade direita do triângulo, pela letra “A”; aumenta a direita para a esquerda; continua pela 3ª e 5ª linhas; e volta para as linhas pares na ordem inversa – pela 4ª linha até a 2ª linha. Na 2ª linha, então, as letras são, da direita para a esquerda, “M”, “N”, “O”, e a letra que substitui corretamente o ponto de interrogação é a letra “P”.

**15. Resposta: B.**

A sequência de números apresentada representa a lista dos números naturais. Mas essa lista contém todos os algarismos dos números, sem ocorrer a separação. Por exemplo: ***101112*** representam os números 10, 11 e 12. Com isso, do número 1 até o número 9 existem 9 algarismos. Do número 10 até o número 99 existem: 2 x 90 = 180 algarismos. Do número 100 até o número 124 existem: 3 x 25 = 75 algarismos. E do número 124 até o número 128 existem mais 12 algarismos. Somando todos os valores, tem-se: 9 + 180 + 75 + 12 = 276 algarismos. Logo, conclui-se que o algarismo que ocupa a 276ª posição é o número 8, que aparece no número 128.

**16. Resposta: D.**

Na 1ª linha, internamente, a 1ª figura possui 2 “orelhas”, a 2ª figura possui 1 “orelha” no lado esquerdo e a 3ª figura possui 1 “orelha” no lado direito. Esse fato acontece, também, na 2ª linha, mas na parte de cima e na parte de baixo, internamente em relação às figuras. Assim, na 3ª linha ocorrerá essa regra, mas em ordem inversa: é a 3ª figura da 3ª linha que terá 2 “orelhas” internas, uma em cima e outra em baixo. Como as 2 primeiras figuras da 3ª linha não possuem “orelhas” externas, a 3ª figura também não terá orelhas externas. Portanto, a figura que deve substituir o ponto de interrogação é a 4ª.

**17. Resposta: B.**

No 1º triângulo, o número que está no interior do triângulo dividido pelo número que está abaixo é igual à diferença entre o número que está à direita e o número que está à esquerda do triângulo: 40 : 5 = 21 - 13 = 8.

A mesma regra acontece no 2º triângulo: 42 ÷ 7 = 23 - 17 = 6.

Assim, a mesma regra deve existir no 3º triângulo:

? ÷ 3 = 19 – 7

? ÷ 3 = 12

? = 12 x 3 = 36.

**18. Resposta: E.**

Verifique os intervalos entre os números que foram fornecidos. Dado os números 3, 12, 27, __, 75, 108, obteve-se os seguintes 9, 15, __, __, 33 intervalos. Observe que 3x3, 3x5, 3x7, 3x9, 3x11. Logo 3x7 = 21 e 3x 9 = 27. Então: 21 + 27 = 48.

**19. Resposta: B.**

Observe que o numerador é fixo, mas o denominador é formado pela sequência:

| ***Primeiro*** | ***Segundo*** | ***Terceiro*** | ***Quarto*** | ***Quinto*** | ***Sexto*** |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 x 2 = 2 | 2 x 3 = 6 | 3 x 4 = 12 | 4 x 5 = 20 | 5 x 6 = 30 |

**20. Resposta: D.**

O que de início devemos observar nesta questão é a quantidade de *B* e de *X* em cada figura. Vejamos:

| | | |
|---|---|---|
| *BBB* | *BXB* | *XXB* |
| *XBX* | *XBX* | *XBX* |
| *BBB* | *BXB* | *BXX* |
| ***7B e 2X*** | ***5B e 4X*** | ***3B e 6X*** |

Vê-se, que os *“B”* estão diminuindo de 2 em 2 e que os *“X”* estão aumentando de 2 em 2; notem também que os *“B”* estão sendo retirados um na parte de cima e um na parte de baixo e os *“X”* da mesma forma, só que não estão sendo retirados, estão, sim, sendo colocados. Logo a 4ª figura é:

*XXX*
*XBX*

*XXX*
***1B e 8X***

**21. Resposta: D.**
Montando a série de Fibonacci temos: *0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...* A resposta da questão é a alternativa *"D"*, pois como a questão nos diz, cada termo a partir do terceiro é igual à soma de seus dois termos precedentes. 2 + 3 = 5

**22. Resposta: E.**
A questão nos informa que ao se escrever alguma mensagem, cada letra será substituída pela letra que ocupa a quarta posição, além disso, nos informa que o código é "circular", de modo que a letra *"U"* vira *"A"*. Para decifrarmos, temos que perceber a posição do emissor e do receptor. O emissor ao escrever a mensagem conta quatro letras à frente para representar a letra que realmente deseja, enquanto que o receptor, deve fazer o contrário, contar quatro letras atrás para decifrar cada letra do código. No caso, nos foi dada a frase para ser decifrada, vê-se, pois, que, na questão, ocupamos a posição de receptores. Vejamos a mensagem: BSA HI EDAP. Cada letra da mensagem representa a quarta letra anterior de modo que:
VxzaB: B na verdade é V;
OpqrS: S na verdade é O;
UvxzA: A na verdade é U;
DefgH: H na verdade é D;
EfghI: I na verdade é E;
AbcdE: E na verdade é A;
ZabcD: D na verdade é Z;
UvxaA: A na verdade é U;
LmnoP: P na verdade é L;

**23. Resposta: B.**
A questão nos traz duas palavras que têm relação uma com a outra e, em seguida, nos traz uma sequência numérica. É perguntado qual sequência numérica tem a mesma ralação com a sequência numérica fornecida, de maneira que, a relação entre as palavras e a sequência numérica é a mesma. Observando as duas palavras dadas, podemos perceber facilmente que têm cada uma 6 letras e que as letras de uma se repete na outra em uma ordem diferente. Tal ordem, nada mais é, do que a primeira palavra de trás para frente, de maneira que SOCIAL vira LAICOS. Fazendo o mesmo com a sequência numérica fornecida, temos: 231678 viram 876132, sendo esta a resposta.

**24. Resposta: A.**
A questão nos traz duas palavras que têm relação uma com a outra, e em seguida, nos traz uma sequência numérica. Foi perguntado qual a sequência numérica que tem relação com a já dada de maneira que a relação entre as palavras e a sequência numérica é a mesma. Observando as duas palavras dadas podemos perceber facilmente que tem cada uma 6 letras e que as letras de uma se repete na outra em uma ordem diferente. Essa ordem diferente nada mais é, do que a primeira palavra de trás para frente, de maneira que SALTA vira ATLAS. Fazendo o mesmo com a sequência numérica fornecida temos: 25435 vira 53452, sendo esta a resposta.

**25. Resposta: E.**
Pelo número 86.547, tem-se que 86, 65, 54 e 47 não acontecem no número procurado. Do número 48.675, as opções 48, 86 e 67 não estão em nenhum dos números apresentados nas alternativas. Portanto, nesse número a coincidência se dá no número 75. Como o único número apresentado nas alternativas que possui a sequência 75 é 46.875, tem-se, então, o número procurado.

**26. Resposta: D.**
O primeiro símbolo representa a divisão e o 2º símbolo representa a soma. Portanto, na 1ª linha, tem-se: 36 ÷ 4 + 5 = 9 + 5 = 14. Na 2ª linha, tem-se: 48 ÷ 6 + 9 = 8 + 9 = 17. Com isso, na 3ª linha, ter-se-á: 54 ÷ 9 + 7 = 6 + 7 = 13. Logo, podemos concluir então que o ponto de interrogação deverá ser substituído pelo número 13.

**27. Resposta: A.**

As letras que acompanham os números ímpares formam a sequência normal do alfabeto. Já a sequência que acompanha os números pares inicia-se pela letra *"E"*, e continua de acordo com a sequência normal do alfabeto: 2ª letra: E, 4ª letra: F, 6ª letra: G, 8ª letra: H, 10ª letra: I e 12ª letra: J.

**28. Resposta: D.**

Escrevendo os nomes dos animais apresentados na lista – MARÁ, PERU, TATU e URSO, na seguinte ordem: PERU, MARÁ, TATU e URSO, obtém-se na tabela:

| | | | |
|---|---|---|---|
| P | E | R | U |
| M | A | R | A |
| T | A | T | U |
| U | R | S | O |

O nome do animal é PATO. Considerando a ordem do alfabeto, tem-se: P = 15, A = 1, T = 19 e 0 = 14. Somando esses valores, obtém-se: 15 + 1 + 19 + 14 = 49.

**29. Resposta: B.**

Na 1ª e na 2ª sequências, as vogais são as mesmas: letra "A". Portanto, as vogais da 4ª sequência de letras deverão ser as mesmas da 3ª sequência de letras: "O". A 3ª letra da 2ª sequência é a próxima letra do alfabeto depois da 3ª letra da 1ª sequência de letras. Portanto, na 4ª sequência de letras, a 3ª letra é a próxima letra depois de "B", ou seja, a letra "C". Em relação à primeira letra, tem-se uma diferença de 7 letras entre a 1ª letra da 1ª sequência e a 1ª letra da 2ª sequência. Portanto, entre a 1ª letra da 3ª sequência e a 1ª letra da 4ª sequência, deve ocorrer o mesmo fato. Com isso, a 1ª letra da 4ª sequência é a letra "T". Logo, a 4ª sequência de letras é: T, O, C, O, ou seja, TOCO.

**30. Resposta: C.**

Na 1ª sequência de letras, ocorrem as 3 primeiras letras do alfabeto e, em seguida, volta-se para a 1ª letra da sequência. Na 2ª sequência, continua-se da 3ª letra da sequência anterior, formando-se DEF, voltando-se novamente, para a 1ª letra desta sequência: D. Com isto, na 3ª sequência, têm-se as letras HIJ, voltando-se para a 1ª letra desta sequência: H. Com isto, a 4ª sequência iniciará pela letra L, continuando por M e N, voltando para a letra L. Logo, a 4ª sequência da letra é: LMNL.

**31. Resposta: E.**

Do 1º termo para o 2º termo, ocorreu um acréscimo de 1 unidade. Do 2º termo para o 3º termo, ocorreu a multiplicação do termo anterior por 3. E assim por diante, até que para o 7º termo temos 13 . 3 = 39. 8º termo = 39 + 1 = 40. 9º termo = 40 . 3 = 120. 10º termo = 120 + 1 = 121. 11º termo = 121 . 3 = 363. 12º termo = 363 + 1 = 364. 13º termo = 364 . 3 = 1.092. Portanto, podemos concluir que o 13º termo da sequência é um número maior que 1.000.

**32. Resposta: D.**

Da palavra "*ardoroso*", retiram-se as sílabas "*do*" e "*ro*" e inverteu-se a ordem, definindo-se a palavra "rodo". Da mesma forma, da palavra "*dinamizar*", retiram-se as sílabas "*na*" e "*mi*", definindo-se a palavra "*mina*". Com isso, podemos concluir que da palavra "*maratona*". Deve-se retirar as sílabas "*ra*" e "*to*", criando-se a palavra "*tora*".

**33. Resposta: A.**

Na primeira sequência, a palavra "*azar*" é obtida pelas letras "*a*" e "*z*" em sequência, mas em ordem invertida. Já as letras "*a*" e "*r*" são as 2 primeiras letras da palavra "*arborizado*". A palavra "*dias*" foi obtida da mesma forma: As letras "*d*" e "*i*" são obtidas em sequência, mas em ordem invertida. As letras "*a*" e "*s*" são as 2 primeiras letras da palavra "*asteroides*". Com isso, para a palavras "*articular*", considerando as letras "*i*" e "*u*", que estão na ordem invertida, e as 2 primeiras letras, obtém-se a palavra "*luar*".

**34.** O nome da sequência é Sequência de Fibonacci. O número que vem é sempre a soma dos dois números imediatamente atrás dele. A sequência correta é: *1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233...*

**35.**

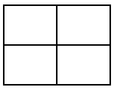
| *Dia* | *Subida* | *Descida* |
|---|---|---|
| 1º | 2m | 1m |
| 2º | 3m | 2m |
| 3º | 4m | 3m |
| 4º | 5m | 4m |
| 5º | 6m | 5m |
| 6º | 7m | 6m |
| 7º | 8m | 7m |
| 8º | 9m | 8m |
| 9º | 10m | ---- |

Portanto, depois de 9 dias ela chegará na saída do poço.

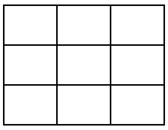
**36.** 09 – 19 – 29 – 39 – 49 – 59 – 69 – 79 – 89 – 90 – 91 – 92 – 93 – 94 – 95 – 96 – 97 – 98 – 99. Portanto, são necessários 20 algarismos.

**37.**

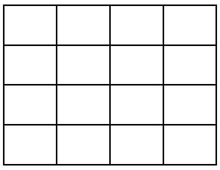
= 16



= 09



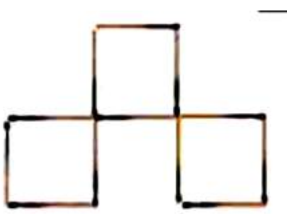
= 04



=01

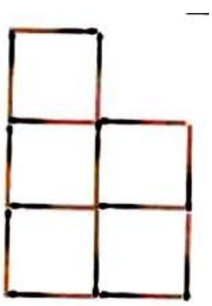
Portanto, há 16 + 9 + 4 + 1 = 30 quadrados.

**38.**



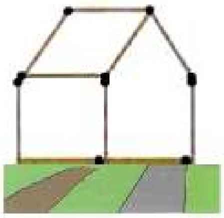
**39.** Os símbolos são como números em frente ao espelho. Assim, o próximo símbolo será **88**.

**40.**

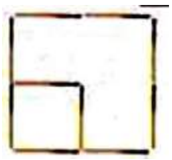


**41.**
*12.345.679 × (2×9) = 222.222.222*
*12.345.679 × (3×9) = 333.333.333*
*... ...*
*12.345.679 × (6×9) = 666.666.666*
Portanto, para obter 999.999.999 devemos multiplicar 12.345.679 por (9x9) = 81

**42.**



**43.**



**44.** Sendo *A = 1, J = 11, Q = 12* e *K = 13*, a soma de cada par de cartas é igual a 14 e o naipe de paus sempre forma par com o naipe de espadas. Portanto, a carta que está faltando é o 6 de espadas.

**45.**

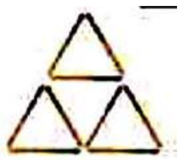
**46.** Observe que:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *3* | *6* | *18* | *72* | *360* | *2160* | *15120* |

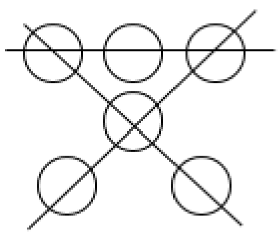
***x2 x3 x4 x5 x6 x7***

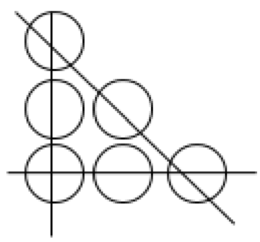
Portanto, a próxima pedra terá que ter o valor: 15.120 x 8 = 120.960

**47.**

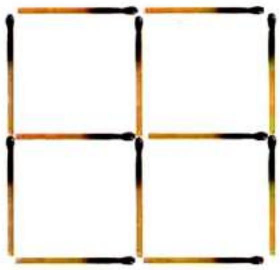


**48.**

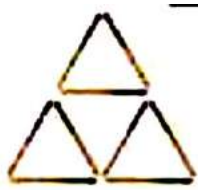




**49.**



**50.**



## *2. Raciocínio lógico-matemático: proposições, conectivos, equivalência e implicação lógica, argumentos válidos.*

### ESTUDO DAS PROPOSIÇÕES E DOS CONECTIVOS

**Definições**

- Proposições **simples** (ou atômicas): aquela que **NÃO** contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma. As proposições simples são designadas pelas letras latinas minúsculas p,q,r, s..., chamadas letras proposicionais.

**Exemplos**

r: Carlos é careca.
s: Pedro é estudante.
a: O céu é verde.

- Proposições **compostas** (ou moleculares): aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições simples. Elas também são chamadas de estruturas lógicas. As proposições compostas são designadas pelas letras latinas maiúsculas P,Q,R, R..., também chamadas letras proposicionais.

**Exemplos**

P: Carlos é careca **e** Pedro é estudante.
Q: Carlos é careca **ou** Pedro é estudante.
R: **Se** Carlos é careca, **então** é triste.

Observamos que todas as **proposições compostas** são formadas por duas **proposições simples**.

*No campo gramatical conseguimos identificar uma porposição simples ou composta pela quantidade de verbos existentes na frase. Então uma frase que contenha um verbo é uma proposição simples, que contenha mais de um verbo é uma proposição composta. Este conceito não foge ao aplicado aos do princípios lógicos.*

**Operadores Lógicos**

Temos dois tipos

**- os modificadores:** têm por finalidade modificar (alterar) o valor lógico de uma proposição, seja ela qual for.

**Exemplo:**

**Não** vou trabalhar neste sábado. (o não modificou o valor lógico).

**- os conectivos** (concectores lógicos): palavras usadas para formar novas proposições a partir de outras, ou seja, unindo-se ou conectando-se duas ou mais proposições simples.

**Exemplos:**

1) O número 2 é par E o número 16 é um quadrado perfeito. (conectivo “e”)
2) OU Carlos viaja OU Pedro trabalha. (conectivo “ou”)

3) SE o Brasil jogar com seriedade, ENTÂO Portugual não será campeã.(concectivo " se ... então")
4) Luciana casa SE, E SOMENTE SE, Pedro arranjar um emprego (conectivo "se, e somente se..")

Em Lógica são considerados operadores lógicos as seguintes palavras:

| OPERADORES LÓGICOS | NOTAÇÃO | DENOMINAÇÃO |
|---|---|---|
| e | $\wedge$ | conjunção |
| ou | $\vee$ | disjunção |
| se...então | $\rightarrow$ | condicional |
| se, e somente se | $\leftrightarrow$ | bicondicional |
| não | ~ | negação |
| Ou ... ou ... | $\underline{\vee}$ | disjunção exclusiva |

Também podemos representar a negação utilizando o símbolo "¬" (cantoneira).

**Estudo dos Operadores e Operações Lógicas**
Quando efetuamos certas operações sobre proposições chamadas operações lógicas, efetuamos cálculos proposicionais, semelhantes a aritmética sobre números, de forma a determinarmos os valores das proposições.

**1) Negação ( ~ ):** chamamos de negação de uma proposição representada por "não p" cujo valor lógico é **verdade** (V) quando **p é falsa** e **falsidade** (F) quando p é verdadeira. Assim "não p" tem valor lógico oposto daquele de p.
Pela tabela verdade temos:

| *p* | *~p* |
|---|---|
| *V* | *F* |
| *F* | *V* |

Simbolicamente temos:
~V = F ; ~F = V
V(~p) = ~V(p)

**Exemplos**

| Proposição (afirmações): p | Negação: ~p |
|---|---|
| Carlos é médico | Carlos NÂO é médico |
| Juliana é carioca | Juliana NÂO é carioca |
| Nicolas está de férias | Nicolas NÂO está de férias |
| Norberto foi trabalhar | NÃO É VERDADE QUE Norberto foi trabalhar |

A primeira parte da tabela todas as afirmações são verdadeiras, logo ao negarmos temos passam a ter como valor lógico a falsidade.

**- Dupla negação (Teoria da Involução):** vamos considerar as seguintes proposições primitivas, *p:" Netuno é o planeta mais distante do Sol"*; sendo seu valor verdadeiro ao negarmos "p", vamos obter a seguinte proposição *~p: "Netuno NÂO é o planeta mais distante do Sol"* e negando novamente a proposição "~p" teremos *~(~p): "NÃO É VERDADE que Netuno NÃO é o planta mais distante do Sol"*, sendo seu valor lógico verdadeiro (V). Logo a dupla negação equivale a termos de valores lógicos a sua proposição primitiva.

$$p \equiv \sim(\sim p)$$

Observação: O termo "equivalente" está associado aos "valores lógicos" de duas fórmulas lógicas, sendo iguais pela natureza de seus valores lógicos.

Exemplo:
1. Saturno é um planeta do sistema solar.
2. Sete é um número real maior que cinco.

Sabendo-se da realidade dos valores lógicos das proposições “Saturno é um planeta do sistema solar” e “Sete é um número rela maior que cinco”, que são ambos verdadeiros (V), conclui-se que essas **proposições são equivalentes**, **em termos de valores lógicos, entre si**.

**2) Conjunção – produto lógico (^):** chama-se de conjunção de duas proposições p e q a proposição representada por “p e q”, cujo valor lógico é **verdade (V)** quando **as proposições, p e q, são ambas verdadeiras** e f**alsidade (F)** nos **demais casos**.
Simbolicamente temos: “p ^ q” (lê-se: “p E q”).

Pela tabela verdade temos:

| *p* | *q* | $p \wedge q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

**Exemplos**
(a)
p: A neve é branca. (V)
q: 3 < 5. (V)
V(p ^ q ) = V(p) ^ V(q) = V ^ V = V

(b)
p: A neve é azul. (F)
q: 6 < 5. (F)
V(p ^ q ) = V(p) ^ V(q) = F ^ F = F

(c)
p: Pelé é jogador de futebol. (V)
q: A seleção brasileira é octacampeã. (F)
V(p ^ q ) = V(p) ^ V(q) = V ^ F = F

(d)
p: A neve é azul. (F)
q: 7 é número impar. (V)
V(p ^ q ) = V(p) ^ V(q) = F ^ V = F

- O valor lógico de uma proposição simples “p” é indicado por V(p). Assim, exprime-se que “p” é verdadeira (V), escrevendo:
**V(p) = V**

- Analogamente, exprime-se que “p” é falsa (F), escrevendo:
**V(p) = F**

- As proposições compostas, representadas, por exemplo, pelas letras maiúsculas “P”, “Q”, “R”, “S” e “T”, terão seus respectivos valores lógicos representados por:
**V(P), V(Q), V(R), V(S) e V(T).**

**3) Disjunção inclusiva – soma lógica – disjunção simples (v):** chama-se de disjunção inclusiva de duas proposições p e q a proposição representada por “p ou q”, cujo valor lógico é **verdade (V)** quando **pelo menos umas proposições, p e q, é verdadeira** e **falsidade (F)** quando **ambas são falsas**.
Simbolicamente: “p v q” (lê-se: “p OU q”).

Pela tabela verdade temos:

| p | q | p v q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

**Exemplos**
(a)
p: A neve é branca. (V)
q: 3 < 5. (V)
V(p v q) = V(p) v V(q) = V v V = V

(b)
p: A neve é azul. (F)
q: 6 < 5. (F)
V(p v q) = V(p) v V(q) = F v F = F

(c)
p: Pelé é jogador de futebol. (V)
q: A seleção brasileira é octacampeã. (F)
V(p v q) = V(p) v V(q) = V v F = V

(d)
p: A neve é azul. (F)
q: 7 é número impar. (V)
V(p v q) = V(p) v V(q) = F v V = V

**4) Disjução exclusiva ( $\underline{v}$ ):** chama-se dijunção exclusica de duas proposições p e q, cujo valor lógico é **verdade (V)** somente quando **p é verdadeira ou q é verdadeira**, **mas não quando p e q são ambas veradeiras** e a **falsidade (F)** quando p e q **são ambas veradeiras ou ambas falsas**.

Simbolicamente: "p $\underline{v}$ q" (lê-se; "OU p OU q"; "OU p OU q, MAS NÃO AMBOS").

Pela tabela verdade temos:

| p | q | p $\underline{v}$ q |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

Para entender melhor vamos analisar o exemplo.

p: Nathan é médico ou professor. (ambas podem ser verdeiras, ele pode ser as duas coisas ao mesmo tempo, uma condição não exclui a outra – disjunção inclusiva).

Podemos escrever:

Nathan é médico ^ Nathan é professor

q: Mario é carioca ou paulista (aqui temos que se Mario é carioca implica que ele não pode ser paulista, as duas coisas não podem acontecer ao mesmo tempo – disjunção exlcusiva).

Reescrevendo:

Mario é carioca $\underline{v}$ Mario é paulista.

**Exemplos**
a) Plínio pula ou Lucas corre, mas não ambos.
b) Ou Plínio pula ou Lucas corre.

**5) Implicação lógica ou condicional (→):** chama-se proposição condicional ou apenas condicional representada por "se p então q", cujo valor lógico é **falsidade (F)** no caso em que **p é verdade e q é falsa** e a **verdade (V) nos demais casos**.

Simbolicamente: "p → q" (lê-se: p é condição suficiente para q; q é condição necessária para p).
**p** é o **antecendente** e **q** o **consequente** e "→" é chamado de **símbolo de implicação**.

Pela tabela verdade temos:

| p | q | p → q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

**Exemplos**
(a)
p: A neve é branca. (V)
q: 3 < 5. (V)
V(p → q) = V(p) → V(q) = V → V = V

(b)
p: A neve é azul. (F)
q: 6 < 5. (F)
V(p → q) = V(p) → V(q) = F → F = V

(c)
p: Pelé é jogador de futebol. (V)
q: A seleção brasileira é octacampeã. (F)
V(p → q) = V(p) → V(q) = V → F = F

(d)
p: A neve é azul. (F)
q: 7 é número impar. (V)
V(p → q) = V(p) → V(q) = F → V = V

**6) Dupla implicação ou bicondicional** (↔):chama-se proposição bicondicional ou apenas bicondicional representada por "p se e soemnete se q", cujo valor lógico é **verdade (V)** quando **p e q são ambas verdadeiras ou falsas** e a **falsidade (F) nos demais casos**.
Simbolicamente: "p ↔ q" (lê-se: p é condição necessária e suficiente para q; q é condição ncessária e suficiente para p).

Pela tabela verdade temos:

| p | q | p ↔ q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

**Exemplos**
(a)
p: A neve é branca. (V)
q: 3 < 5. (V)
V(p ↔ q) = V(p) ↔ V(q) = V ↔ V = V

(b)

p: A neve é azul. (F)
q: 6 < 5. (F)
V(p ↔ q) = V(p) ↔ V(q) = F ↔ F = V

(c)
p: Pelé é jogador de futebol. (V)
q: A seleção brasileira é octacampeã. (F)
V(p ↔ q) = V(p) ↔ V(q) = V ↔ F = F

(d)
p: A neve é azul. (F)
q: 7 é número impar. (V)
V(p ↔ q) = V(p) ↔ V(q) = F ↔ V = F

**Transformação da linguaguem corrente para a simbólica**

Este é um dos tópicos mais vistos em diversas provas e por isso vamos aqui detalhar de forma a sermos capazes de resolver questões deste tipo.

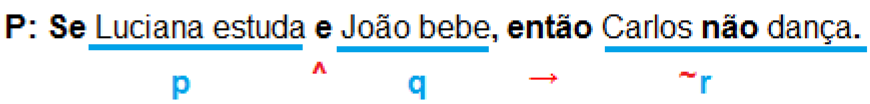
Sejam as seguintes proposições simples denotadas por “p”, “q” e “r” representadas por:

p: Luciana estuda.
q: João bebe.
r: Carlos dança.

Sejam, agora, as seguintes proposições compostas denotadas por: “P ”, “Q ”, “R ”, “S ”, “T ”, “U ”, “V ” e “X ” representadas por:

P: **Se** Luciana estuda **e** João bebe, **então** Carlos **não** dança.
Q: **É falso que** João bebe **ou** Carlos dança, **mas** Luciana **não** estuda.
R: **Ou** Luciana estuda **ou** Carlos dança **se, e somente se**, João **não** bebe.

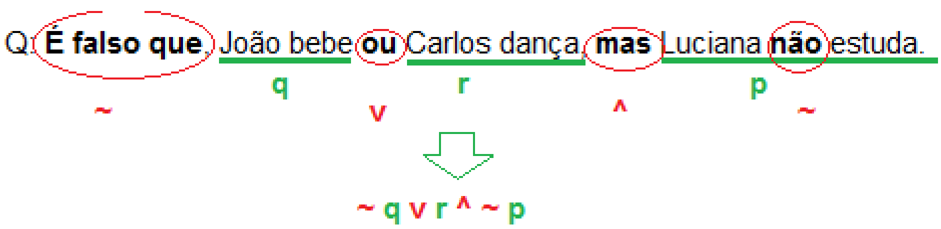
O primeiro passo é destacarmos os operadores lógicos (modificadores e conectivos) e as proposições. Depois reescrevermos de forma simbólica, vajamos:




Juntando as informações temos que, P: (p ^ q) → ~r

Continuando:

Q: **É falso que** João bebe **ou** Carlos dança, **mas** Luciana estuda.




Simbolicamente temos: Q:  ~ (q v r ^ ~p).

R: **Ou** <u>Luciana estuda</u> **ou** <u>Carlos dança</u> **se, e somente se**, <u>João **não** bebe</u>.
(p <u>v</u> r) ↔ ~q

**Observação:** os termos “É falso que”, “Não é verdade que”, “É mentira que” e “É uma falácia que”, **quando iniciam as frases negam, por completo, as frases subsequentes.**

**- O uso de parêntesis**

A necessidade de usar parêntesis na simbolização das proposições se deve a evitar qualquer tipo de ambiguidade, assim na proposição, por exemplo, p ^ q v r, nos dá a seguinte proposições:

(I) (p ^ q) v r - Conectivo principal é da disjunção.
(II) p ^ (q v r) - Conectivo principal é da conjunção.

As quais apresentam significados diferentes, pois os conectivos principais de cada proposição composta dá valores lógicos diferentes como conclusão.

Agora observe a expressão: p ^ q → r v s, dá lugar, colocando parêntesis as seguintes proposições:

a) ((p ^ q) → r) v s
b) p ^ ((q → r) v s)
c) (p ^ (q → r)) v s
d) p ^ (q → (r v s))
e) (p ^ q) → (r v s)

Aqui duas quaisquer delas não tem o mesmo significado. Porém existem muitos casos que os parêntesis são suprimidos, a fim de simplificar as proposições simbolizadas, desde que, naturalmente, ambiguidade alguma venha a aparecer. Para isso a supressão do uso de parêntesis se faz mediante a algumas convenções, das quais duas são particularmente importantes:

**1ª) A "ordem de precedência" para os conectivos é:**

(I) ~ (negação)

(II) ^, v (conjunção ou disjunção têm a mesma precedência, operando-se o que ocorrer primeiro, da esquerda para direita).

(III) → (condicional)

(IV) ↔ (bicondicional)

Portanto o mais "fraco" é "~" e o mais "forte" é "↔".

*Logo: Os símbolos → e ↔ têm preferência sobre ^ e v.*

**Exemplo**

p → q ↔ s ^ r , é uma bicondicional e nunca uma condicional ou uma conjunção. Para convertê-la numa condicional há que se usar parêntesis:

p →( q ↔ s ^ r )

E para convertê-la em uma conjunção:

(p → q ↔ s) ^ r

**2ª) Quando um mesmo conectivo aparece sucessivamente repetido, suprimem-se os parêntesis, fazendo-se a associação a partir da esquerda.**

Segundo estas duas convenções, as duas seguintes proposições se escrevem:

| Proposição | Nova forma de escrever a proposição |
|---|---|
| ((~(~(p ^ q))) v (~p)) | ~~ (p ^ q) v ~p |
| ((~p) → (q → (~(p v r)))) | ~p→ (q → ~(p v r)) |

- Outros símbolos para os conectivos (operadores lógicos):

"¬" (cantoneira) para negação (~).

"●" e "&" para conjunção (^).

"⊃" (ferradura) para a condicional (→).

Em síntese temos a tabela verdade das proposições que facilitará na resolução de diversas questões

| | | Disjunção | Conjunção | Condicional | Bicondicional |
|---|---|---|---|---|---|
| p | q | $p \vee q$ | $p \wedge q$ | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow q$ |
| V | V | V | V | V | V |
| V | F | V | F | F | F |
| F | V | V | F | V | F |
| F | F | F | F | V | V |

(Fonte: http://www laifi.com.)

## Referências

ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.
CABRAL, Luiz Cláudio Durão; NUNES, Mauro César de Abreu - Raciocínio lógico passo a passo – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

## EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Diz-se que duas ou mais proposições compostas são equivalentes, quando mesmo possuindo estruturas lógicas diferentes, apresentam a mesma solução em suas respectivas tabelas verdade.

Se as proposições P(p,q,r,...) e Q(p,q,r,...) são ambas TAUTOLOGIAS, ou então, são CONTRADIÇÕES, então são EQUIVALENTES.

**Exemplo:**

Dada as proposições "~p → q" e "p v q" verificar se elas são equivalentes.

Vamos montar a tabela verdade para sabermos se elas são equivalentes.

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| ~p | → | q |
|---|---|---|
| F | V | V |
| F | V | F |
| V | V | V |
| V | F | F |

| p | v | q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| F | V | V |
| F | F | F |

Observamos que as proposições compostas "~p → q" e "p ∨ q" são **equivalentes**.

~p → q ≡ p ∨ q ou ~p → q ⇔ p ∨ q, onde "≡" e "⇔" são os símbolos que representam a equivalência entre proposições.

**Equivalência fundamentais (Propriedades Fundamentais):** a equivalência lógica entre as proposições goza das propriedades simétrica, reflexiva e transitiva.

**1 – Simetria (equivalência por simetria)**

a) p ^ q ⇔ q ^ p

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| p | ^ | q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | F | V |
| F | F | F |

| q | ^ | p |
|---|---|---|
| V | V | V |
| F | F | V |
| V | F | F |
| F | F | F |

b) p v q ⇔ q v p

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| p | v | q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| F | V | V |
| F | F | F |

| q | v | p |
|---|---|---|
| V | V | V |
| F | V | V |
| V | V | F |
| F | F | F |

c) p ⊻ q ⇔ q ⊻ p

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| p | ⊻ | q |
|---|---|---|
| V | F | V |
| V | V | F |
| F | V | V |
| F | F | F |

| q | ⊻ | p |
|---|---|---|
| V | F | V |
| F | V | V |
| V | V | F |
| F | F | F |

d) p ↔ q ⇔ q ↔ p

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| p | ↔ | q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | F | V |
| F | V | F |

| q | ↔ | p |
|---|---|---|
| V | V | V |
| F | F | V |
| V | F | F |
| F | V | F |

**2 - Reflexiva (equivalência por reflexão)**
$p \rightarrow p \Leftrightarrow p \rightarrow p$

| p | p |
|---|---|
| V | V |
| F | F |

| p | → | p |
|---|---|---|
| V | V | V |
| F | V | F |

| p | → | p |
|---|---|---|
| V | V | V |
| F | V | F |

**3 – Transitiva**
**Se** P(p,q,r,...) ⇔ Q(p,q,r,...) **E**
Q(p,q,r,...) ⇔ R(p,q,r,...) **ENTÃO**
P(p,q,r,...) ⇔ R(p,q,r,...) .

**Equivalências notáveis:**

**1 - Distribuição (equivalência pela distributiva)**
a) $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| V | F | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |
| F | F | V |
| F | F | F |

| p | ^ | (q | v | r) |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V |
| V | V | V | V | F |
| V | V | F | V | V |
| V | F | F | F | F |
| F | F | V | V | V |
| F | F | V | V | F |
| F | F | F | V | V |
| F | F | F | F | F |

| (p | ^ | q) | v | (p | ^ | r) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | V | V |
| V | V | V | V | V | F | F |
| V | F | F | V | V | V | V |
| V | F | F | F | V | F | F |
| F | F | V | F | F | F | V |
| F | F | V | F | F | F | F |
| F | F | F | F | F | F | V |
| F | F | F | F | F | F | F |

b) $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| V | F | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |
| F | F | V |
| F | F | F |

| p | v | (q | ^ | r) |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V |
| V | V | V | F | F |
| V | V | F | F | V |
| V | V | F | F | F |
| F | V | V | V | V |
| F | F | V | F | F |
| F | F | F | F | V |
| F | F | F | F | F |

| (p | v | q) | ^ | (p | v | r) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | V | V |
| V | V | V | V | V | V | F |
| V | V | F | V | V | V | V |
| V | V | F | V | V | V | F |
| F | V | V | V | F | V | V |
| F | V | V | F | F | F | F |
| F | F | F | F | F | V | V |
| F | F | F | F | F | F | F |

**2 - Associação (equivalência pela associativa)**
a) $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge (p \wedge r)$

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| V | F | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |
| F | F | V |
| F | F | F |

| p | ^ | (q | ^ | r) |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V |
| V | F | V | F | F |
| V | F | F | F | V |
| V | F | F | F | F |
| F | F | V | V | V |
| F | F | V | F | F |
| F | F | F | F | V |
| F | F | F | F | F |

| (p | ^ | q) | ^ | (p | ^ | r) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | V | V |
| V | V | V | F | V | F | F |
| V | F | F | F | V | V | V |
| V | F | F | F | V | F | F |
| F | F | V | F | F | F | V |
| F | F | V | F | F | F | F |
| F | F | F | F | F | F | V |
| F | F | F | F | F | F | F |

b) p ∨ (q ∨ r) ⇔ (p ∨ q) ∨ (p ∨ r)

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| V | F | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |
| F | F | V |
| F | F | F |

| p | v | (q | v | r) |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V |
| V | V | V | V | F |
| V | V | F | V | V |
| V | V | F | F | F |
| F | V | V | V | V |
| F | V | V | V | F |
| F | V | F | V | V |
| F | F | F | F | F |

| (p | v | q) | v | (p | v | r) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | V | V |
| V | V | V | V | V | V | F |
| V | V | F | V | V | V | V |
| V | V | F | V | V | V | F |
| F | V | V | V | F | V | V |
| F | V | V | V | F | F | F |
| F | F | F | V | F | V | V |
| F | F | F | F | F | F | F |

**3 – Idempotência**

a) p ⇔ (p ∧ p)

| p | p |
|---|---|
| V | V |
| F | F |

| p | ^ | p |
|---|---|---|
| V | V | V |
| F | F | F |

b) p ⇔ (p ∨ p)

| p | p |
|---|---|
| V | V |
| F | F |

| p | v | p |
|---|---|---|
| V | V | V |
| F | F | F |

**4 - Pela contraposição:** de uma **condicional** gera-se outra condicional equivalente à primeira, apenas **invertendo-se** e **negando-se as proposições simples que as compõem**.

**1º caso –** (p → q) ⇔ (~q → ~p)

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| p | → | q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |

| ~q | → | ~p |
|---|---|---|
| F | V | F |
| V | F | F |
| F | V | V |
| V | V | V |

**Exemplo:**
p → q: Se André é professor, então é pobre.
~q → ~p: Se André não é pobre, então não é professor.

**2º caso:** (~p → q) ⇔ (~q → p)

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| ~p | → | q |
|---|---|---|
| F | V | V |
| F | V | F |
| V | V | V |
| V | F | F |

| ~q | → | p |
|---|---|---|
| F | V | V |
| V | V | V |
| F | V | F |
| V | F | F |

**Exemplo:**
~p → q: Se André não é professor, então é pobre.
~q → p: Se André não é pobre, então é professor.

**3º caso:** (p → ~q) ⇔ (q → ~p)

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| p | → | ~q |
|---|---|---|
| V | F | F |
| V | V | V |
| F | V | F |
| F | V | V |

| q | → | ~p |
|---|---|---|
| V | F | F |
| F | V | F |
| V | V | V |
| F | V | V |

**Exemplo:**
p → ~q: Se André é professor, então não é pobre.
q → ~p: Se André é pobre, então não é professor.

**4 º Caso:** (p → q) ⇔ ~p v q

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| p | → | q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |

| ~p | v | q |
|---|---|---|
| F | V | V |
| F | F | F |
| V | V | V |
| V | V | F |

**Exemplo:**
p → q: Se estudo então passo no concurso.
~p v q: Não estudo ou passo no concurso.

**5 - Pela bicondicional**
a) (p ↔ q) ⇔ (p → q) ∧ (q → p), por definição

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| p | ↔ | q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | F | V |
| F | V | F |

| (p | → | q) | ^ | (q | → | p) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | V | V |
| V | F | F | F | F | V | V |
| F | V | V | F | V | F | F |
| F | V | F | V | F | V | F |

b) (p ↔ q) ⇔ (~q → ~p) ∧ (~p → ~q), aplicando-se a contrapositiva às partes

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| p | ↔ | q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | F | V |
| F | V | F |

| (~q | → | ~p) | ^ | (~p | → | ~q) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| F | V | F | V | F | V | F |
| V | F | F | F | F | V | V |
| F | V | V | F | V | F | F |
| V | V | V | V | V | V | V |

c) (p ↔ q) ⇔ (p ∧ q) V (~p ∧ ~q)

| p | q |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

| p | ↔ | q |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | F | V |
| F | V | F |

| (p | ^ | q) | v | (~p | ^ | ~q) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | F | F | F |
| V | F | F | F | F | F | V |
| F | F | V | F | V | F | F |
| F | F | F | V | V | V | V |

**6 - Pela exportação-importação**
[(p ∧ q) → r] ⇔ [p → (q → r)]

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| V | F | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |
| F | F | V |
| F | F | F |

| [(p | ^ | q) | → | r] |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V |
| V | V | V | F | F |
| V | F | F | V | V |
| V | F | F | V | F |
| F | F | V | V | V |
| F | F | V | V | F |
| F | F | F | V | V |
| F | F | F | V | F |

| [p | → | (q | → | r)] |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V |
| V | F | V | F | F |
| V | V | F | V | V |
| V | V | F | V | F |
| F | V | V | V | V |
| F | V | V | F | F |
| F | V | F | V | V |
| F | V | F | V | F |

**Proposições Associadas a uma Condicional (se, então)**
Chama-se proposições associadas a p → q as três proposições condicionadas que contêm p e q:
**– Proposições recíprocas:** p → q: q → p
**– Proposição contrária**: p → q: ~p → ~q
**– Proposição contrapositiva:** p → q: ~q → ~p

Observe a tabela verdade dessas quatro proposições:

| p | q | p → q | q → p | ~p → ~q | ~q → ~p |
|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | V |
| V | F | F | V | V | F |
| F | V | V | F | F | V |
| F | F | V | V | V | V |

Note que:

| p | q | p → q | q → p | ~p → ~q | ~q → ~p |
|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | V |
| V | F | F | V | V | F |
| F | V | V | F | F | V |
| F | F | V | V | V | V |

SÃO EQUIVALENTES

| p | q | p → q | q → p | ~p → ~q | ~q → ~p |
|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | V |
| V | F | F | V | V | F |
| F | V | V | F | F | V |
| F | F | V | V | V | V |

SÃO EQUIVALENTES

Observamos ainda que a condicional p → q e a sua recíproca q → p ou a sua contrária ~p → ~q NÃO SÃO EQUIVALENTES.

**Exemplos:**
p → q: Se T é equilátero, então T é isósceles. (V)
q → p: Se T é isósceles, então T é equilátero. (F)

**Exemplo:**
Vamos determinar:
a) A contrapositiva de p → q
b) A contrapositiva da recíproca de p → q
c) A contrapositiva da contrária de p → q

**Resolução:**
a) A contrapositiva de p → q é ~q → ~p
A contrapositiva de ~q → ~p é ~~p → ~~q ⇔ p → q

b) A recíproca de p → q é q → p
A contrapositiva q → q é ~p → ~q

c) A contrária de p → q é ~p → ~q
A contrapositiva de ~p → ~q é q → p

**Equivalência "NENHUM" e "TODO"**

**1 –** NENHUM A é B ⇔ TODO A é **não** B.
**Exemplo:**
Nenhum médico é tenista ⇔ Todo médico é não tenista (= Todo médico não é tenista)

**2 –** TODO A é B ⇔ NENHUM A é não B.
**Exemplo:**
Toda música é bela ⇔ Nenhuma música é não bela (= Nenhuma música é bela)

## Questões

**01. (MRE – Oficial de Chancelaria – FGV/2016)** Considere a sentença:
"Corro e não fico cansado".
Uma sentença logicamente equivalente à negação da sentença dada é:
(A) Se corro então fico cansado.
(B) Se não corro então não fico cansado.
(C) Não corro e fico cansado.
(D) Corro e fico cansado.
(E) Não corro ou não fico cansado.

**02. (TCE/RN – Conhecimentos Gerais para o cargo 4 – CESPE/2015)** Em campanha de incentivo à regularização da documentação de imóveis, um cartório estampou um cartaz com os seguintes dizeres: "O comprador que não escritura e não registra o imóvel não se torna dono desse imóvel".

A partir dessa situação hipotética e considerando que a proposição P: "Se o comprador não escritura o imóvel, então ele não o registra" seja verdadeira, julgue o item seguinte.

A proposição P é logicamente equivalente à proposição "O comprador escritura o imóvel, ou não o registra".

( ) Certo ( ) Errado

## Respostas

**01. Resposta: A.**
A negação de P→Q é P ^ ~ Q
A equivalência de P-->Q é ~P v Q ou pode ser: ~Q-->~P

**02. Resposta: Certo.**
Relembrando temos que: Se p então q = Não p ou q. (p → q = ~p v q)

## Referências

ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.
CABRAL, Luiz Cláudio Durão; NUNES, Mauro César de Abreu - Raciocínio lógico passo a passo – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

## IMPLICAÇÃO LÓGICA

Uma proposição P(p,q,r,...) implica logicamente ou apenas implica uma proposição Q(p,q,r,...) se Q(p,q,r,...) é verdadeira (V) todas as vezes que P(p,q,r,...) é verdadeira (V), ou seja, a proposição P implica a proposição Q, quando a condicional P → Q for uma tautologia.

Representamos a implicação com o símbolo "⇒", simbolicamente temos:

$$P(p,q,r,...) \Rightarrow Q(p,q,r,...).$$

A não ocorrência de VF na tabela verdade de P → Q, ou ainda que o valor lógico da condicional P → Q será sempre V, ou então que P → Q é uma tautologia.

**Observação:** Os símbolos "→" e "⇒" são completamente distintos. O primeiro ("→") representa a condicional, que é um conectivo. O segundo ("⇒") representa a relação de implicação lógica que pode ou não existir entre duas proposições.

**Exemplo:**
A tabela verdade da condicional (p ^ q) → (p ↔ q) será:

| p | q | p ^ q | p ↔ q | (p ^ q) → (p ↔ q) |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V |
| V | F | F | F | V |
| F | V | F | F | V |
| F | F | F | V | V |

Portanto, (p ^ q) → (p ↔ q) é uma tautologia, por isso (p ^ q) ⇒ (p ↔q).

Em particular:
- Toda proposição implica uma Tautologia: p ⇒ p v ~p

| p | p v ~p |
|---|---|
| V | V |
| F | V |

- Somente uma contradição implica uma contradição: p ^ ~p ⇒ p v ~p → p ^ ~p

| p | ~p | p ^ ~p | p v ~p → p ^ ~p |
|---|---|---|---|
| V | F | F | F |
| F | V | F | F |

**Propriedades da Implicação Lógica**
A implicação lógica goza das propriedades reflexiva e transitiva:
**Reflexiva:** P(p,q,r,...) ⇒ P(p,q,r,...)
Uma proposição complexa implica ela mesma
**Transitiva: Se** P(p,q,r,...) ⇒ Q(p,q,r,...) **e**
Q(p,q,r,...) ⇒ R(p,q,r,...), **então**
P(p,q,r,...) ⇒ R(p,q,r,...)

Se P ⇒ Q e Q ⇒ R, então P ⇒ R

**Exemplificação e Regras de Inferência**
**Inferência** é o ato de derivar conclusões lógicas de proposições conhecidas ou decididamente verdadeiras. Em outras palavras: é a obtenção de novas proposições a partir de proposições verdadeiras já existentes. Vejamos as regras de inferência obtidas da implicação lógica:

**1 – A tabela verdade das proposições** p ^ q, p v q , p ↔ q é:

| p | q | $p \wedge q$ | $p \vee q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V |
| V | F | F | V | F |
| F | V | F | V | F |
| F | F | F | F | V |

A proposição “p ^ q” é verdadeira (V) somente na 1ª linha, e também nesta linha as proposições “p v q” e “p → q” também são. Logo a primeira proposição IMPLICA cada uma das outras duas proposições.
Então:

p ^ q ⇒ p v q
p ^ q ⇒ p → q

A tabela acima também demonstram as importantes Regras de Inferência:
**Adição –** p ⇒ p v q e q ⇒ p v q
**Simplificação –** p ^ q ⇒ p e p ^ q ⇒ q

**2 – A tabela verdade das proposições** p ↔ q, p → q e q → p, é:

| L | p | q | p ↔ q | p → q | q → p |
|---|---|---|---|---|---|
| **1ª** | V | V | V | V | V |
| **2ª** | V | F | F | F | V |
| **3ª** | F | V | F | V | F |
| **4ª** | F | F | V | V | V |

A proposição "$p \leftrightarrow q$" é verdadeira (V) na 1ª e 4ª linha e as proposições "$p \rightarrow q$" e "$q \rightarrow p$" também são verdadeiras. Logo a primeira proposição IMPLICA cada uma das outras duas proposições. Então:

$$p \leftrightarrow q \Rightarrow p \rightarrow q \quad \text{e} \quad p \leftrightarrow q \Rightarrow q \rightarrow p$$

**3 - Dada a proposição:** (p v q) ^ ~p sua tabela verdade é:

| p | q | p v q | ~p | (p v q) ^ ~p |
|---|---|---|---|---|
| V | V | V | F | F |
| V | F | V | F | F |
| F | V | V | V | V |
| F | F | F | V | F |

Esta proposição é verdadeira somente na 3ª linha e nesta linha a proposição "q" também verdadeira, logo subsiste a IMPLICAÇÃO LÓGICA, denominada Regra do Silogismo disjuntivo.

(p v q) ^ ~p ⇒ q

É válido também: (p v q) ^ ~q ⇒ p

**4 – A tabela verdade da proposição** (p → q) ^ p é:

| p | q | p → q | (p → q) ∧ p |
|---|---|---|---|
| V | V | V | V |
| V | F | F | F |
| F | V | V | F |
| F | F | V | F |

A proposição é verdadeira somente na 1ª linha, e nesta linha a proposição "q" também é verdadeira, logo subsiste a IMPLICAÇÃO LÓGICA, também denominada Regra de Modus ponens.

(p → q) ^ p ⇒ q

**5 – A tabela verdade das proposições** (p → q) ^ ~q e ~p é:

| p | q | p → q | ~q | (p → q) ∧ ~q | ~p |
|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | F | F | F |
| V | F | F | V | F | F |
| F | V | V | F | F | V |
| F | F | V | V | V | V |

A proposição (p → q) ^ ~q é verdadeira somente na 4º linha e nesta a proposição "~p" também é verdadeira, logo subsiste a IMPLICAÇÃO LÓGICA, denominada de Regra Modus tollens.

(p → q) ^ ~q ⇒ ~p

Observe que "~p" implica "p → q", isto é: ~p ⇒ p → q

Recapitulando as Regras de Inferência aplicadas a Implicação Lógica:

| | |
|---|---|
| **Adição** | $p \Rightarrow p \vee q$<br>$q \Rightarrow p \vee q$ |
| **Simplificação** | $p \wedge q \Rightarrow p$<br>$p \wedge q \Rightarrow q$ |
| **Silogismo disjuntivo** | $(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$<br>$(p \vee q) \wedge \sim q \Rightarrow p$ |
| **Modus ponens** | $(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ |
| **Modus tollens** | $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$ |

**Questão**

**01. (TJ/PI – Analista Judiciário – Escrivão Judicial – FGV/2015)** Renato falou a verdade quando disse:

• Corro ou faço ginástica.
• Acordo cedo ou não corro.
• Como pouco ou não faço ginástica.

Certo dia, Renato comeu muito.

É correto concluir que, nesse dia, Renato:

(A) correu e fez ginástica;
(B) não fez ginástica e não correu;
(C) correu e não acordou cedo;
(D) acordou cedo e correu;
(E) não fez ginástica e não acordou cedo.

**Resposta**

**01. Resposta: D.**

Na disjunção, para evitarmos que elas fiquem falsas, basta por uma das proposições simples como verdadeira, logo:

"Renato comeu muito"

Como pouco ou não faço ginástica
F V

Corro ou faço ginástica
V F

Acordo cedo ou não corro
V F

Portanto ele:

Comeu muito
Não fez ginástica
Corrreu, e;
Acordou cedo

**Referência**

ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.

## LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO

A **argumentação** é a forma como utilizamos o raciocínio para convencer alguém de alguma coisa. A argumentação faz uso de vários tipos de raciocínio que são baseados em normas sólidas e argumentos aceitáveis.

A **lógica de argumentação** é também conhecida como **dedução formal** e é a principal ferramenta para o **raciocínio válido** de um **argumento**. Ela avalia **conclusões** que a argumentação pode tomar e avalia quais dessas conclusões são **válidas** e quais **são inválidas (falaciosas).** O estudo das formas válidas de inferências de uma linguagem proposicional também faz parte da Teoria da argumentação.

**Conceitos**

**Premissas (proposições):** são afirmações que podem ser verdadeiras ou falsas. Com base nelas que os argumentos são compostos, ou melhor, elas possibilitam que o argumento seja aceito.

**Inferência:** é o processo a partir de uma ou mais premissas se chegar a novas proposições. Quando a inferência é dada como válida, significa que a nova proposição foi aceita, podendo ela ser utilizada em outras inferências.

**Conclusão:** é a proposição que contém o resultado final da inferência e que esta alicerçada nas premissas. Para separa as premissas das conclusões utilizam-se expressões como “logo, ...”, “portanto, ...”, “por isso, ...”, entre outras.

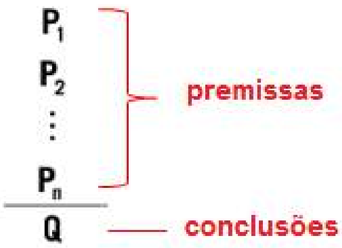
**Sofisma:** é um raciocínio falso com aspecto de verdadeiro.

**Falácia:** é um argumento válido, sem fundamento ou tecnicamente falho na capacidade de provar aquilo que enuncia.

**Silogismo**: é um raciocínio composto de três proposições, dispostas de tal maneira que a conclusão é verdadeira e deriva logicamente das duas primeiras premissas, ou seja, a conclusão é a terceira premissa.

**Argumento:** é um conjunto finito de premissas – proposições –, sendo uma delas a consequência das demais. O argumento pode ser **dedutivo** (aquele que confere validade lógica à conclusão com base nas premissas que o antecedem) ou **indutivo** (aquele quando as premissas de um argumento se baseiam na conclusão, mas não implicam nela)

O argumento é uma fórmula constituída de premissas e conclusões (dois elementos fundamentais da argumentação).




Alguns exemplos de argumentos:

**1)**
Todo homem é mortal
João é homem — Premissas
Logo, João é mortal — Conclusão

**2)**
Todo brasileiro é mortal
Todo paulista é brasileiro — Premissas
Logo, todo paulista é mortal — Conclusão

**3)**
Se eu passar no concurso, então irei viajar
Passei no concurso — Premissas
Logo, irei viajar — Conclusão

Todas as PREMISSAS tem uma CONCLUSÃO. Os exemplos acima são considerados silogismos.

Um argumento de **premissas** P1, P2, ..., Pn e de **conclusão** Q, indica-se por:

**P1, P2, ..., Pn |----- Q**

**Argumentos Válidos**

Um argumento é VÁLIDO (ou bem construído ou legítimo) quando a **conclusão** é VERDADEIRA (V), sempre que as premissas forem todas verdadeiras (V). Dizemos, também, que um argumento é válido quando a conclusão é uma consequência obrigatória das verdades de suas premissas.Ou seja:

**A verdade das premissas é incompatível com a falsidade da conclusão.**

Um **argumento válido** é denominado **tautologia** quando assumir, somente, valorações verdadeiras, independentemente dos valores assumidos por suas estruturas lógicas.

**Argumentos Inválidos**

Um argumento é dito INVÁLIDO (ou falácia, ou ilegítimo ou mal construído), quando as verdades das premissas são **insuficientes** para sustentar a verdade da conclusão.

Caso a conclusão seja falsa, decorrente das insuficiências geradas pelas verdades de suas premissas, tem-se como conclusão uma **contradição** (F).

Um argurmento não válido diz-se um SOFISMA.

- A verdade e a falsidade são propriedades das proposições.
- Já a validade e a invalidade são propriedades inerentes aos argumentos.
- Uma proposição pode ser considerada verdadeira ou falsa, mas nunca válida e inválida.
- **Não** é possível ter uma **conclusão falsa** se as **premissas são verdadeiras.**
- A validade de um argumento depende exclusivamente da relação existente entre as premissas e conclusões.

**Critérios de Validade de um argumento**

Pelo teorema temos:

Um argumento P1, P2, ..., Pn |---- Q é VÁLIDO se e somente se a condicional:
(P1 ^ P2 ^ ...^ Pn) → Q é **tautológica.**

**Métodos para testar a validade dos argumentos**

Estes métodos nos permitem, por dedução (ou inferência), atribuirmos valores lógicos as premissas de um argumento para determinarmos uma conclusão verdadeira.

Também podemos utilizar diagramas lógicos caso sejam estruturas categóricas (frases formadas pelas palavras ou quantificadores: todo, algum e nenhum).

Os métodos constistem em:

**1) Atribuição de valores lógicos:** o método consiste na **dedução dos valores lógicos** das premissas de um argumento, a partir de um **"ponto de referência inicial"** que, geralmente, será representado pelo valor lógico de uma premissa formada por uma proposição simples. Lembramos que, para que um argumento seja válido, partiremos do pressuposto que todas as **premissas** que compõem esse argumento são, na totalidade, **verdadeiras**.

Para dedução dos valores lógicos, utilizaremos **como auxílio** a **tabela-verdade** dos conectivos.

| p | q | $\sim p$ | $p \wedge q$ | $p \vee q$ | $p \veebar q$ | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | F | V | V | F | V | V |
| V | F | F | F | V | V | F | F |
| F | V | V | F | V | V | V | F |
| F | F | V | F | F | F | V | V |

**Exemplo**

Sejam as seguintes premissas:

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.

Se todos os argumentos (P1,P2,P3 e P4) forem válidos, então todas premissas que compõem o argumento são necessariamente verdadeiras (V). E portanto pela **premissa simples** P4: "a rainha **fica** na masmorra"; por ser uma **proposição simples** e **verdadeira**, servirá de "referencial inicial" para a dedução dos valores lógicos das demais proposições que, também, compõem esse argumento. Teremos com isso então:

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Já sabemos que a premissa simples "a rainha fica na masmorra" é verdadeira, portanto, tal valor lógico confirmará como verdade a 1ª parte da condicional da premissa P3 (1º passo).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Lembramos que, se a 1ª parte de uma condicional for verdadeira, implicará que a 2ª parte também deverá ser verdadeira (2º passo), já que a verdade implica outra verdade (vide a tabela-verdade da condicional). Assim teremos como valor lógico da premissa uma verdade (V).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V (3º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Confirmando-se a proposição simples "o bárbaro usa a espada" como verdadeira (3º passo), logo, a 1ª parte da disjunção simples da premissa P1, "o bárbaro não usa a espada", será falsa (4º passo).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
(4º) F
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V (3º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Como a premissa P1 é formada por uma disjunção simples, lembramos que ela será verdadeira, se pelo menos uma de suas partes for verdadeira. Sabendo-se que sua 1ª parte é falsa, logo, a 2ª parte deverá ser, necessariamente, verdadeira (5º passo).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
(4º) F (5º) V
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V (3º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Ao confirmarmos como verdadeira a proposição simples "o príncipe não foge a cavalo", então, devemos confirmar como falsa a 2ª parte da condicional "o príncipe foge a cavalo" da premissa P2 (6º passo).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
(4º) F (5º) V
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
(6º) F
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V (3º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

E, por último, ao confirmar a 2ª parte de uma condicional como falsa, devemos confirmar, também, sua 1ª parte como falsa (7º passo).

P1: O bárbaro não **usa** a espada **ou** o príncipe **não foge** a cavalo.
(4º) F (5º) V
P2: **Se** o rei **fica** nervoso, **então** o príncipe **foge** a cavalo.
(7º) F (6º) F
P3: **Se** a rainha **fica** na masmorra, **então** o bárbaro **usa** a espada.
(2º) V (3º) V
P4: Ora, a rainha **fica** na masmorra.
(1º) V

Através da analise das premissas e atribuindo os seus valores lógicos chegamos as seguintes conclusões:
- A rainha fica na masmorra;
- O bárbaro usa a espada;
- O rei **não** fica nervoso;
- o príncipe **não** foge a cavalo.

Observe que onde as proposições são falsas (F) utilizamos o **não** para ter o seu correspondente como válido, expressando uma conclusão verdadeira.

Caso o argumento não possua uma proposição simples "ponto de referência inicial", devem-se iniciar as deduções pela conjunção, e, caso não exista tal conjunção, pela disjunção exclusiva ou pela bicondicional, caso existam.

**2) Método da Tabela – Verdade:** para resolvermos temos que levar em considerações dois casos.
**1º caso:** quando o argumento é representado por uma fómula argumentativa.

**Exemplo:**
A → B ~A = ~B

Para resolver vamos montar uma tabela dispondo todas as proposições, as premissas e as conclusões afim de chegarmos a validade do argumento.

A → B
~A
―――
~B

| Casos possíveis | | | Premissas | | Conclusão |
|---|---|---|---|---|---|
| | A | B | A → B | ~A | ~B |
| [1] | V | V | V | F | F |
| [2] | V | F | F | F | V |
| *[3] | F | V | V | V | F |
| [4] | F | F | V | V | V |

(Fonte: http://www.marilia.unesp.br)

O caso onde as premissas **são verdadeiras e a conclusão é falsa** esta sinalizada na tabela acima pelo asterisco.Observe também, na linha 4, que as premissas são verdadeiras e a conclusão é verdadeira. Chegamos através dessa análise que o argumento **não é valido.**

**2º caso:** quando o argumento é representado por uma sequência lógica de premissas, sendo a última sua conclusão, e é questionada a sua validade.

**Exemplo:**
"Se leio, então entendo. Se entendo, então não compreendo. Logo, compreendo."

P1: **Se** leio, **então** entendo.
P2: **Se** entendo, **então não** compreendo.
C: Compreendo.
Se o argumento acima for **válido**, então, teremos a seguinte estrutura lógica (fórmula) representativa desse argumento:

$$P1 \wedge P2 \rightarrow C$$

Representando inicialmente as proposições primitivas "leio", "entendo" e "compreendo", respectivamente, por "p", "q" e "r", teremos a seguinte fórmula argumentativa:
P1: $p \rightarrow q$
P2: $q \rightarrow \sim r$
C: $r$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim r)] \rightarrow r \text{ ou}$$

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \rightarrow \sim r \end{array}}{r}$$

Montando a tabela verdade temos (vamos montar o passo a passo):

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| V | F | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |
| F | F | V |
| F | F | F |
| | | |

| [(p | → | q) | ^ | (q | → | ~r)] | → | r |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | | V | | F | | V |
| V | V | V | | V | | V | | F |
| V | F | F | | F | | F | | V |
| V | F | F | | F | | V | | F |
| F | V | V | | V | | F | | V |
| F | V | V | | V | | V | | F |
| F | V | F | | F | | F | | V |
| F | V | F | | F | | V | | F |
| 1º | 2º | 1º | | 1º | | 1º | | 1º |

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| V | F | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |
| F | F | V |
| F | F | F |
| | | |

| [(p | → | q) | ^ | (q | → | ~r)] | → | r |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | | V | F | F | | V |
| V | V | V | | V | V | V | | F |
| V | F | F | | F | V | F | | V |
| V | F | F | | F | V | V | | F |
| F | V | V | | V | F | F | | V |
| F | V | V | | V | V | V | | F |
| F | V | F | | F | V | F | | V |
| F | V | F | | F | V | V | | F |
| 1º | 2º | 1º | | 1º | 3º | 1º | | 1º |

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| V | F | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |
| F | F | V |
| F | F | F |
| | | |

| [(p | → | q) | ^ | (q | → | ~r)] | → | r |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | F | V | F | F | | V |
| V | V | V | V | V | V | V | | F |
| V | F | F | F | F | V | F | | V |
| V | F | F | F | F | V | V | | F |
| F | V | V | F | V | F | F | | V |
| F | V | V | V | V | V | V | | F |
| F | V | F | V | F | V | F | | V |
| F | V | F | V | F | V | V | | F |
| 1º | 2º | 1º | 4º | 1º | 3º | 1º | | 1º |

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| V | F | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |
| F | F | V |
| F | F | F |
| | | |

| [(p | → | q) | ^ | (q | → | ~r)] | → | r |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | F | V | F | F | V | V |
| V | V | V | V | V | V | V | F | F |
| V | F | F | F | F | V | F | V | V |
| V | F | F | F | F | V | V | V | F |
| F | V | V | F | V | F | F | V | V |
| F | V | V | V | V | V | V | F | F |
| F | V | F | V | F | V | F | V | V |
| F | V | F | V | F | V | V | F | F |
| 1º | 2º | 1º | 4º | 1º | 3º | 1º | 5º | 1º |

Sendo a solução (observado na 5ª resolução) uma contingência (possui valores verdadeiros e falsos), logo, esse argumento **não é válido**. Podemos chamar esse argumento de sofisma embora tenha premissas e conclusões verdadeiras.

**Implicações tautológicas:** a utilização da tabela verdade em alguns casos torna-se muito trabalhoso, principlamente quando o número de proposições simples que compõe o argumento é muito grande, então vamos aqui ver outros métodos que vão ajudar a provar a validade dos argumentos.

**3.1 - Método da adição (AD)**

$$\frac{p}{p \vee q} \text{ ou } p \rightarrow (p \vee q)$$

**3.2 - Método da adição (SIMP)**

1º caso:

$$\frac{p \wedge q}{p} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow p$$

2º caso:

$$\frac{p \wedge q}{p} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow q$$

**3.3 - Método da conjunção (CONJ)**

1º caso:

$$\begin{array}{c} p \\ q \\ \hline p \wedge q \end{array} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$$

2º caso:

$$\begin{array}{c} p \\ q \\ \hline q \wedge p \end{array} \text{ ou } (p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$$

**3.4 - Método da absorção (ABS)**

$$\frac{p \rightarrow q}{p \rightarrow (p \wedge q)} \text{ ou } (p \rightarrow q) \rightarrow [p \rightarrow p \wedge q)]$$

**3.5 – Modus Ponens (MP)**

$$\frac{\begin{matrix} p\rightarrow q \\ p \end{matrix}}{q} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

**3.6 – Modus Tollens (MT)**

$$\frac{\begin{matrix} p\rightarrow q \\ \sim q \end{matrix}}{\sim p} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow p$$

**3.7 – Dilema construtivo (DC)**

$$\frac{\begin{matrix} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ p \vee r \end{matrix}}{q \vee s} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)] \rightarrow (q \vee s)$$

**3.8 – Dilema destrutivo (DD)**

$$\frac{\begin{matrix} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ \sim q \vee \sim s \end{matrix}}{\sim p \vee \sim r} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\sim q \vee \sim s)] \rightarrow (\sim p \vee \sim r)$$

**3.9 – Silogismo disjuntivo (SD)**

<u>1º caso:</u>

$$\frac{\begin{matrix} p \vee q \\ \sim p \end{matrix}}{q} \text{ ou } [(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

<u>2º caso:</u>

$$\frac{\begin{matrix} p \vee q \\ \sim q \end{matrix}}{p} \text{ ou } [(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p$$

**3.10 – Silogismo hipotético (SH)**

$$\frac{\begin{matrix} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \end{matrix}}{p \rightarrow r} \text{ ou } [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

**3.11 – Exportação e importação.**

<u>1º caso:</u> Exportação

$$\frac{(p \wedge q) \rightarrow r}{p \rightarrow (q \rightarrow r)} \text{ ou } [(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

<u>2º caso:</u> Importação

$$\frac{p \rightarrow (q \rightarrow r)}{(p \land q) \rightarrow r} \text{ ou } [p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \land q) \rightarrow r]$$

**Produto lógico de condicionais:** este produto consiste na dedução de uma **condicional conclusiva** – que será a conclusão do argumento –, decorrente ou **resultante de várias outras premissas formadas por, apenas, condicionais**.

Ao efetuar o produto lógico, eliminam-se as proposições simples iguais que se localizam em partes opostas das condicionais que formam a premissa do argumento, resultando em uma condicional denominada condicional conclusiva. Vejamos o exemplo:

$$\times \begin{cases} p \rightarrow \cancel{q} \\ \cancel{q} \rightarrow \cancel{r} \\ \cancel{r} \rightarrow \cancel{s} \\ \cancel{s} \rightarrow t \end{cases}$$
$$\overline{\underbrace{p \rightarrow t}_{\substack{condicional \\ conclusiva}}}$$

Nós podemos aplicar a soma lógica em três casos:

**1º caso** - quando a condicional conclusiva é formada pelas proposições simples que aparecem apenas uma vez no conjunto das premissas do argumento.

**Exemplo**

Dado o argumento: **Se** chove, **então** faz frio. **Se** neva, **então** chove. **Se** faz frio, **então** há nuvens no céu. **Se** há nuvens no céu, **então** o dia está claro.

Temos então o argumento formado pelas seguintes premissas:

P1: Se chove, então faz frio.

P2: Se neva, então chove.

P3: Se faz frio, então há nuvens no céu.

P4: Se há nuvens no céu, então o dia está claro.

Vamos denotar as proposições simples:

p: chover

q: fazer frio

r: nevar

s: existir nuvens no céu

t: o dia esta claro

Montando o produto lógico teremos:

$$x\begin{cases} p \rightarrow q \\ r \rightarrow p \\ q \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow x\begin{cases} \cancel{p} \rightarrow q \\ r \rightarrow \cancel{p} \\ q \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow x\begin{cases} r \rightarrow q \\ q \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow x\begin{cases} r \rightarrow \cancel{q} \\ \cancel{q} \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow x\begin{cases} r \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow x\begin{cases} r \rightarrow \cancel{s} \\ \cancel{s} \rightarrow t \end{cases} \Rightarrow r \rightarrow t$$

**Conclusão**: “Se neva, então o dia esta claro”.

Observe que: As proposições simples “nevar” e “o dia está claro” só apareceram uma vez no conjunto de premissas do argumento anterior.

**2º caso** - quando a condicional conclusiva é formada por, **apenas**, uma proposição simples que aparece em ambas as partes da condicional conclusiva, sendo uma a negação da outra. As demais proposições simples são eliminadas pelo processo natural do produto lógico.

Neste caso, na condicional conclusiva, a 1ª parte deverá necessariamente ser FALSA, e a 2ª parte, necessariamente VERDADEIRA.

**Tome Nota:**

Nos dois casos anteriores, pode-se utilizar o recurso de **equivalência da contrapositiva (contraposição)** de uma condicional, para que ocorram os devidos reajustes entre as proposições simples de uma determinada condicional que resulte no produto lógico desejado.

(p → q) ⇔ ~q → ~p

**Exemplo:**

Seja o argumento: **Se** Ana trabalha, **então** Beto não estuda. **Se** Carlos não viaja, **então** Beto não estuda. **Se** Carlos viaja, Ana trabalha.

Temos então o argumento formado pelas seguintes premissas:
P1: Se Ana trabalha, então Beto não estuda.
P2: Se Carlos não viaja, então Beto não estuda.
P3: Se Carlos viaja, Ana trabalha.
Denotando as proposições simples teremos:
p: Ana trabalha
q: Beto estuda
r: Carlos viaja
Montando o produto lógico teremos:

$$\begin{cases} p \to \sim q \\ \sim r \to \sim q \ (aplicando\ a\ contrapositiva) \\ r \to p \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} \cancel{p} \to \sim q \\ q \to r \\ r \to \cancel{p} \end{cases} \Rightarrow x \begin{cases} \cancel{r} \to \sim q \\ q \to \cancel{r} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{q}_{F} \to \underbrace{\sim q}_{V}$$

**Conclusão**: “Beto não estuda”.

**3º caso** - aplicam-se os procedimentos do 2º caso em, apenas, uma parte das premissas do argumento.

**Exemplo:**

Se Nivaldo não é corintiano, então Márcio é palmeirense. Se Márcio não é palmeirense, então Pedro não é são-paulino. Se Nivaldo é corintiano, Pedro é são-paulino. Se Nivaldo é corintiano, então Márcio não é palmeirense.

Então as presmissas que formam esse argumento são:
P1: Se Nivaldo não é corintiano, então Márcio é palmeirense.
P2: Se Márcio não é palmeirense, então Pedro não é são-paulino.
P3: Se Nivaldo é corintiano, Pedro é são-paulino.
P4: Se Nivaldo é corintiano, então Márcio não é palmeirense.
Denotando as proposições temos:

p: Nivaldo é corintiano
q: Márcio é palmerense
r: Pedro é são paulino
Efetuando a soma lógica:

$$\begin{cases} P1: \sim p \to q \\ P2: \sim q \to \sim r \\ P3: p \to r \ \ (aplicando\ a\ contrapositiva) \\ P4: p \to \sim q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P1: \sim p \to q \\ P2: \sim q \to \sim r \\ P3: \sim r \to \sim p \\ P4: p \to \sim q \end{cases}$$

Vamos aplicar o produto lógico nas 3 primeiras premissas (P1,P2,P3) teremos:

$$\begin{cases} \sim \cancel{p} \to q \\ \sim q \to \sim r \\ \sim r \to \sim \cancel{p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sim \cancel{r} \to q \\ \sim q \to \sim \cancel{r} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\sim q}_{F} \to \underbrace{q}_{V}$$

Conclusão: “ Márcio é palmeirense”.

**Questões**

**01. (DPU – Agente Administrativo – CESPE/2016)** Considere que as seguintes proposições sejam verdadeiras.

• Quando chove, Maria não vai ao cinema.
• Quando Cláudio fica em casa, Maria vai ao cinema.
• Quando Cláudio sai de casa, não faz frio.
• Quando Fernando está estudando, não chove.
• Durante a noite, faz frio.

Tendo como referência as proposições apresentadas, julgue o item subsecutivo.

Se Maria foi ao cinema, então Fernando estava estudando.

(  ) Certo  (  ) Errado

**02. (STJ – Conhecimentos Gerais para o cargo 17 – CESPE/2015)** Mariana é uma estudante que tem grande apreço pela matemática, apesar de achar essa uma área muito difícil. Sempre que tem tempo suficiente para estudar, Mariana é aprovada nas disciplinas de matemática que cursa na faculdade. Neste semestre, Mariana está cursando a disciplina chamada Introdução à Matemática Aplicada. No entanto, ela não tem tempo suficiente para estudar e não será aprovada nessa disciplina.

A partir das informações apresentadas nessa situação hipotética, julgue o item a seguir, acerca das estruturas lógicas.

Considerando-se as seguintes proposições: p: “Se Mariana aprende o conteúdo de Cálculo 1, então ela aprende o conteúdo de Química Geral"; q: “Se Mariana aprende o conteúdo de Química Geral, então ela é aprovada em Química Geral"; c: “Mariana foi aprovada em Química Geral", é correto afirmar que o argumento formado pelas premissas p e q e pela conclusão c é um argumento válido.

(  ) Certo  (  ) Errado

**03. (Petrobras – Técnico (a) de Exploração de Petróleo Júnior – Informática – CESGRANRIO**) Se Esmeralda é uma fada, então Bongrado é um elfo. Se Bongrado é um elfo, então Monarca é um centauro. Se Monarca é um centauro, então Tristeza é uma bruxa.

Ora, sabe-se que Tristeza não é uma bruxa, logo

(A) Esmeralda é uma fada, e Bongrado não é um elfo.
(B) Esmeralda não é uma fada, e Monarca não é um centauro.
(C) Bongrado é um elfo, e Monarca é um centauro.
(D) Bongrado é um elfo, e Esmeralda é uma fada
(E) Monarca é um centauro, e Bongrado não é um elfo.

**04. (Petrobras – Técnico(a) de Informática Júnior – CESGRANRIO**) Suponha que as seguintes afirmações são simultaneamente verdadeiras:

• Se Antígona toma leite e o leite está estragado, então ela fica doente.
• Se Antígona fica doente, então ela passa mal e volta para o palácio.
• Antígona vai ao encontro de Marco Antônio ou volta para o palácio.

Qual afirmação também será verdadeira?

(A) Se Antígona toma leite e o leite está estragado, então ela não vai ao encontro de Marco Antônio.
(B) Se Antígona fica doente e volta para o palácio, então ela vai ao encontro de Marco Antônio.
(C) Se o leite está estragado, então Antígona não o toma ou ela fica doente.
(D) Se o leite está estragado ou Antígona fica doente, então ela passa mal.
(E)Se Antígona toma leite e volta para o palácio, então o leite está estragado e ela não passa mal.

**Respostas**

**01. Resposta: Errado.**

A questão trata-se de lógica de argumentação, dadas as premissas chegamos a uma conclusão. Enumerando as premissas:

A = Chove
B = Maria vai ao cinema
C = Cláudio fica em casa
D = Faz frio
E = Fernando está estudando
F = É noite

A argumentação parte que a conclusão deve ser (V)

Lembramos a tabela verdade da condicional:

| *p* | *q* | *p → q* |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

A condicional só será F quando a 1ª for verdadeira e a 2ª falsa, utilizando isso temos:

O que se quer saber é: **Se Maria foi ao cinema, então Fernando estava estudando**. // B → ~E

Iniciando temos:

4º - Quando chove (F), Maria não vai ao cinema. (F) // A → ~B = V – para que o argumento seja válido temos que *Quando chove* tem que ser F.

3º - Quando Cláudio fica em casa (V), Maria vai ao cinema (V). // C → B = V - para que o argumento seja válido temos que *Maria vai ao cinema* tem que ser V.

2º - Quando Cláudio sai de casa(F), não faz frio (F). // ~C → ~D = V - para que o argumento seja válido temos que *Quando Cláudio sai de casa* tem que ser F.

5º - Quando Fernando está estudando (**V ou F**), não chove (V). // E → ~A = V. – neste caso *Quando Fernando está estudando* pode ser V ou F.

1º- Durante a noite(V), faz frio (V). // F → D = V

Logo nada podemos afirmar sobre a afirmação: **Se Maria foi ao cinema (V), então Fernando estava estudando (V ou F);** pois temos dois valores lógicos para chegarmos à conclusão (V ou F).

**02. Resposta: Errado.**

Se o argumento acima for **válido**, então, teremos a seguinte estrutura lógica (fórmula) representativa desse argumento:

$$P1 \wedge P2 \rightarrow C$$

Organizando e resolvendo, temos:

A: Mariana aprende o conteúdo de Cálculo 1

B: Mariana aprende o conteúdo de Química Geral

C: Mariana é aprovada em Química Geral

Argumento: $[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \Rightarrow C$

Vamos ver se há a possibilidade de a conclusão ser falsa e as premissas serem verdadeiras, para sabermos se o argumento é válido:

Testando C para falso:

$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)$

$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow F)$

Para obtermos um resultado V da 2º premissa, logo B têm que ser F:

$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow F)$

$(A \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow F)$

$(F \rightarrow F) \wedge (V)$

Para que a primeira premissa seja verdadeira, é preciso que o “A” seja falso:

$(A \rightarrow F) \wedge (V)$

$(F \rightarrow F) \wedge (V)$

$(V) \wedge (V)$

$(V)$

Então, é possível que o conjunto de premissas seja verdadeiro e a conclusão seja falsa ao mesmo tempo, o que nos leva a concluir que esse argumento não é válido.

**03. Resposta: B.**

Vamos analisar cada frase partindo da afirmativa Trizteza não é bruxa, considerando ela como (V), precisamos ter como conclusão o valor lógico (V), então:

(4) Se Esmeralda é uma fada(F), então Bongrado é um elfo (F) → V

(3) Se Bongrado é um elfo (F), então Monarca é um centauro (F) → V

(2) Se Monarca é um centauro(F), então Tristeza é uma bruxa(F) → V

(1) Tristeza não é uma bruxa (V)

Logo:
Temos que:
Esmeralda não é fada(V)
Bongrado não é elfo (V)
Monarca não é um centauro (V)
Como a conclusão parte da conjunção, o mesmo só será verdadeiro quando todas as afirmativas forem verdadeiras, logo, a única que contém esse valor lógico é:
Esmeralda não é uma fada, e Monarca não é um centauro.

**04. Resposta: C.**
Temos as seguintes proposições:
p: Antígona toma leite.
q: O leite está estragado.
r: Antígona fica doente.
s: Antígona passa mal.
t: Antígona volta para o palácio.
u: Antígona vai ao encontro de Marco Antônio.
Todas as afirmações do enunciado são verdadeiras, então teremos:
Para a 1ª temos:
(p ^ q) --> r    VERDADE
(V ^ V ) --> V
Para 2ª temos:
r --> ( s ^ t )    VERDADE
V ---> (V ^ V )
De acordo com a hipótese da 1ª proposição composta, r possui valor verdadeiro. Para que a 2ª proposição seja verdadeira, (s ^ t) devem também possuir valor verdadeiro.
Para a 3ª temos:
(u v t)    VERDADE
( V ou F   v  V)
De acordo com a análise da 2ª proposição composta, t possui valor verdadeiro. Entretanto, nada pode-se afirmar sobre u, pois ambos valores (V ou F) atendem o valor VERDADE da 3ª proposição composta.
Analisando todas as proposições, temos que a alternativa C será verdadeira:
Se o leite está estragado, então Antígona não o toma ou ela fica doente.
q --> (~p v r)
V --> (F v V)
V --> V

## Referências

ALENCAR FILHO, Edgar de – Iniciação a lógica matemática – São Paulo: Nobel – 2002.
CABRAL, Luiz Cláudio Durão; NUNES, Mauro César de Abreu - Raciocínio lógico passo a passo – Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.