APOSTILA DE RACIOCÍNIO LÓGICO PARA CONCURSOS

CONCURSEIROS DA EDUCAÇÃO

PROF LUCAS LINHARES

Sumário

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

A Matemática é uma linguagem que tem suas regras específicas, uma delas é a forma de representar ideias por meio de símbolos, conseguir ler e interpretar esses símbolos é essencial para uma melhor compreensão da matemática. Confira os principais símbolos matemáticos.

SÍMBOLO	SIGNIFICADO	EXEMPLO
+	Adição	2 + 3 (dois **mais** três)
-	Subtração	5 – 2 (cinco **menos** dois)
±	Mais ou menos	x = ± 2 (x é igual a **mais ou menos** dois)
* x . Obs.: ( )	Multiplicação	2 * 3 2 x 3 2 . 3 2(3) (duas **vezes** três)
÷ / :	Divisão	8 ÷ 4 8 / 4 8 : 4 (oito **dividido por** quatro)
—	Traço de fração	$\frac{2}{3}$ (dois terços) Obs.: cada fração terá sua forma própria de leitura As frações também representam divisão.
=	Igualdade	2 + 3 = 5 (dois mais três **é igual a** cinco)
≠	Diferença	2 + 1 ≠ 4 (dois mais um **é diferente de** quatro)
≅	Aproximadamente	Π ≅ 3,14 (pi **é aproximadamente igual a** 3,14)
>	Maior que	5 > 1 (cinco **é maior que** um)
<	Menor que	1 < 5 (um **é menor que** cinco)
≥	Maior ou igual	x ≥ 3 (x **é maior ou igual a** três)
≤	Menor ou igual	x ≤ 3 (x **é menor ou igual** a três)
( )	Parênteses	2 * (2+1)
[ ]	Colchetes	10 + [6 ÷ (4+2)]
{ }	Chaves	12 * {10 + [6 ÷ (4+2)]}
√	Radical	$\sqrt{4}$ **(raiz quadrada** de quatro) $\sqrt[3]{8}$ (**raiz cúbica** de oito) $\sqrt[4]{64}$ **(raiz quarta** de 64)
%	Porcentagem	18% (dezoito **por cento)**

Ao longo do curso irão aparecer outros símbolos, esses são apenas os mais comuns.

01 – CONJUNTOS NUMÉRICOS E SUAS OPERAÇÕES

Conjuntos numéricos são como se fosse “universos” de números, são número que têm características comuns. Cada conjunto tem regras específicas em relação às operações fundamentais. Acompanhe cada conjunto numérico e as operações associadas.

01.1 – Conjunto Dos Números Naturais $\mathbb{N}$

Os números naturais foram os primeiros números a serem desenvolvidos ainda pelo homem dos tempos das cavernas, seu nome “naturais”, vem do fato de eles terem surgido naturalmente, a partir da necessidade deles, como forma de controlar seus rebanhos, caça, pesca, plantações... Obviamente, a forma de escrita dos números era totalmente diferente do que usamos nos dias de hoje, pois os números surgiram diversas transformações.

Esta letra N estilizada é o símbolo do Conjunto dos Números Naturais, seus elementos são representados entre chaves, e são os seguintes.

$\mathbb{N}$ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, ...}

Percebemos uma semelhança entre esses números, **eles são todos positivos e inteiros**, ou seja, não há presença de vírgula nos números.

Analisando este conjunto, podemos observar alguns pontos interessantes: o primeiro elemento é o número 0 (zero). Após o número 20 temos o sinal de reticências, significando que este conjunto aumenta infinitamante, ou seja, não há um último número natural.

Se quisermos eliminar o número zero deste conjunto, basta colocar o sinal de asterisco ao lado do símbolo do conjunto dos números naturais.

$\mathbb{N}$ * = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...}
Assim, temos o conjunto dos números naturais não-nulos.

Antecessor de um número natural: Com excessão do número 0, todo número tem um antecessor, que é o número que vem imediatamente à esquerda ou atrás do número em questão. Basta então subtraírmos uma unidade.
Antecessor do 18 → 18 – 1 = 17
Antecessor do 100 → 100 -1 = 99
Antecessor do 201 → 201 – 1 = 200
De forma geral, considerando *n* um número natural qualquer (com execessão do zero), seu antecessor é *n-1*.

Sucessor de um número natural: Aqui temos a ideia oposta à de cima. O sucessor é o número que vem logo à direita, à frente do número citado, bastando assim, adicionar uma unidade ao número.

Sucessor do 10 → 10 + 1 = 11
Sucessor do 99 → 99 + 1 = 100
Sucessor do 0 → 0 + 1 = 1
De forma geral, considerando *n* um número natural qualquer, seu sucessor é *n+1.* Por isso os números naturais são infinitos, pois não importa o número escolhido, sempre haverá um sucessor, ou seja, um número maior.

QUESTÃO COMENTADA

OMNI - 2021 - Conderg - SP - Maqueiro

E três números consecutivos (a, b, c), sendo a + c = 12, se o antecessor de b é 5, qual é o sucessor de b?

A) O sucessor de b é 11
B) O sucessor de b é 13
C) O sucessor de b é 7
D) O sucessor de b é 6.

A primeira parte do problema é apenas um detalhe, só lembre que antecessor é o que vem antes e sucessor é o que vem depois. Se o antecessor de b é 5, logo, b=6. Seu sucessor é igual a 7, que é o valor de c.
Só para comprovar, 5+7=12, como dizia no início do problema,

ALTERNATIVA C

SUBCONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS: Um subconjunto é um conjunto menor que está “dentro de outro”, no termo matemático, o subconjunto está contido em outro. No conjunto dos números naturais temos dois grandes subjconuntos importantes:

Subconjunto dos número naturais pares: ={0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...}

De forma geral, qualquer número natural multiplicado por 2, resulta em um número par.
Veja:
3 * 2 = 6 (par)
4 * 2 = 8 (par)
15 * 2 = 30 (par)

Genericamente, podemos descrever os números pares como: ***2 * n****, sendo* ***n*** *um número natural.*

Subconjunto dos número naturais ímpares: ={1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ...}

Também podemos fazer uma generalização, qualquer número multiplicado por 2 e adicionado uma unidade, resulta em um númer ímpar.
Observe:
3 * 2 + 1 = 7 (ímpar)
4 * 2 + 1 = 9 (ímpar)
15 * 2 + 1 = 31 (ímpar)

Spoiler: nos casos acima, resolvemos primeiramente a multiplicação para então fazer a soma. Veja mais no capítulo sobre expressões numéricas.

Gereralizando, podemos descrever os números ímpares dessa forma: ***2 * n + 1****, sendo* ***n*** *um número natural.*

01.1.1 – Adição De Números Naturais

Realizar adição de números naturais é a operação mais básica que temos. Basta adicionarmos, acrescentarmos, juntarmos os valores correspondentes.

Exemplo:
20 + 35 = 55
82 + 12 = 94

Ao usar o algoritmo da adição deve-se ter alguns cuidados, pois é sempre necessário colocar unidade abaixo de unidade, dezena abaixo de dezena, centena abaixo de centena, e assim por diante.

Os números que são usador para realizar a soma são chamados de parcelas, o resultado da adição é chamado de soma ou total.

Tome nota: se alguma questão te pedir para determinar <u>*a soma entre dois números*</u>, é da operação de adição que estamos falando.

Algoritmo da Adição:

UM D C U	
$^{1}845$	1° parcela
$+474$	2° parcela
1319	soma ou total

PROPRIEDADES DA ADIÇÃO: Na operação de adição existe algumas propriedades, acompanhe:

Propriedade Comutativa: a ordem das parcelas não altera a soma.
Ex.:
15 + 3 = 18 e 3 + 15 = 18, sendo assim: 15 + 3 = 3 +15

Propriedade Associativa: Ao somar três ou mais parcelas, podemos fazer diferentes associações, mas o resultado será o mesmo.
Ex.:
20 + 15 + 3 =
(20 + 15) + 3 = 35 + 3 = 38
ou
20 + (15 + 3) = 20 + 18 = 38
ou ainda
(20 + 3) + 15 = 23 + 15 = 38

Propriedade do elemento neutro: Existe um número que ao ser somado com outra parcela, o resultado não se altera. Este número é o 0 (zero).
Ex.:
15 + 0 = 15
64 + 0 = 15
0 + 102 = 102

01.1.2 – Subtração De Números Naturais

A subtração traz para nós a ideia de retirada, diminuir. Dentro do conjunto dos números naturais, nossos resultados serão sempre positivos, pois aqui não existe números abaixo de zero. Para isso, há que se obedecer a uma ordem nos elementos que forem subtraídos.

O valor que usamos do qual será retirado é chamado de minuendo.
O valor retirado é chamado de subtraendo.
O resultado chama-se resto ou diferença.
Tome nota: se alguma questão te pedir qual <u>*a diferença entre dois números*</u>, você deve usar a multiplicação.

Para que possamos ter um resultado válido no conjunto dos números naturais, o minuendo igual ou maior que o subtraendo.

Ex.:

15 – 8 = 7
104 – 58 = 46
20 – 20 = 0

Todos esses casos são válidos.

Agora a situação em que temos 5 – 30 não pode ser resolvida dentro do conjunto dos números naturais, resolveremos problemas assim no capítulo sobre números inteiros.

01.1.3 – Multiplicação De Números Naturais

Podemos compreender que a operação de multiplicação é uma progressão da operação de adição. Pois a multiplicação é uma soma de parcelas iguais.

Veja que podemos transformar a soma 3 + 3 + 3 + 3 + 3 em 5 * 3. E nos dois casos o resultado será exatamente o mesmo, ou seja: 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15 e 5 * 3 = 15. Dessa forma, não há problema em afirmar que 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 * 3.

Aqui, temos que estar habituados com a famosa tabuada para não precisar ficando contando nos dedos.

Os números que usamos na multiplicação também tem nomes próprios.

12 * 5 = 60

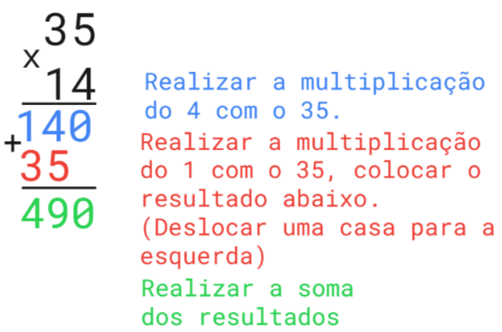
12 e 5 são os fatores da multiplicação. (fique atento a esta palavra: **fatores**. Ela será bastante usada em módulos posteriores)

60, que é o resultado, é chamado de **produto**.

Tome nota: se uma questão quiser que você informe qual <u>*o produto entre dois números*</u>, faça a multiplicação.

Multiplicação com números de dois dígitos.

É preciso tomar algum cuidado ao usar o algoritmo da multiplicação em casos do tipo: 35 * 14.



PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO: São semelhantes ao que já vimos sobre a operação de adição.

Propriedade Comutativa: a ordem das dos fatores não altera o produto.
Ex.:
18 * 7 = 126
7 * 18 = 126
então: 18 * 7 = 7 * 18

Propriedade Associativa: Ao multiplicar três ou mais fatores, podemos fazer diferentes associações, mas o produto será o mesmo.
Ex.:
3 * 7 * 10
(3 * 7) * 10 = 21 * 10 = 210
ou
3 * (7 * 10) = 3 * 70 = 210
ou ainda
(3 * 10) + 7 = 30 * 7 = 210

Propriedade do elemento neutro: Existe um número que ao ser multiplicado com outro fator, o produto não se altera. Este número é o 1 (um).
Ex.:
8 * 1 = 8
84 * 1 = 84
1 + 10 = 10

Propriedade do elemento nulo: Existe um número que ao ser multiplicado com outro fator, o produto será nulo, ou seja, será zero. Este número é o 0.
Ex.:
20 * 0 = 0
78 * 0 = 0
0 * 135 = 0

01.1.4 – Divisão de Números Naturais

Para a divisão de números naturais também é preciso realizar algumas observações a respeito dos números usados. A ideia relacionada na divisão é repartir um número em partes iguais, no caso dos números naturais, o número a ser dividido deve ser maior que as partes a serem divididas.

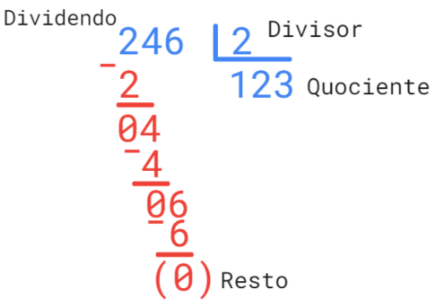
No caso de: 15 ÷ 3 = 5

O número 15 é chamado de dividendo

O número 3 é chamado de divisor.

O número 5 é o quociente.

Conseguimos realizar uma divisão exata, ou seja, se fossem 15 pessoas para dividir em 3 grupos, ficariam exatamente 5 pessoas em cada grupo, sem que ficasse alguma sem grupo ou sobrando alguma pessoa. Em casos assim, podemos dizer que o resto foi 0.



No algoritmo da divisão há algumas observações importantes.

Essa forma de resolução é chamada de *divisão euclidiana*. Aqui temos um caso de divisão exata, pois o resto foi igual a zero. Quando o resto for diferente de zero, a divisão será não-exata.

Cito as mesmas observações que já foi feita no estudo da subtração, pelo fato de estarmos dentro do conjunto dos números naturais, onde temos números inteiros e positivos, não podemos prosseguir com essa divisão. O valor do resto (2), é menor que o divisor, então encerramos a operação por aí, ou seja, 246 ÷ 4 = 61, com resto 2.

Este algoritmo ainda traz um ponto importante. Para verificar a validade da divisão, podemos usar a seguinte propriedade:
Vamos chamar o dividendo de ***D***, o divisor de ***d***, o quociente de ***q*** e o resto de ***r***.

A propriedade é: ***D = d * q + r***

O dividendo deve ser igual ao produto do divisor pelo quociente, somado ao resto.

Vamos aplicar isso nos dois exemplos acima.

Caso 1:
D = 246
d = 2
q = 123
r = 0

D = d * q + r

246 = 2 * 123 + 0

246 = 246 + 0

246 = 246

Igualdade válida

Caso 2:

D = 246
d = 4
q = 61
r = 2

D = d * q + r

246 = 4 * 61 + 2

246 = 244 + 2

246 = 246

Igualdade válida

QUESTÃO COMENTADA

<u>FUNDATEC - 2020 - Câmara de Imbé - RS - Telefonista Recepcionista</u>

Em uma divisão exata, o quociente é igual a 18 e o divisor é igual a sete. Qual o valor do dividendo?

A) 0
B) 23
C) 90
D) 108
E) 126

Para esta questão, o mais importante é distinguir a função de cada elemento.
O fato de ser divisão exata indica que o resto é zero.
D – Dividendo (o que queremos encontrar)
d – divisor (7)
q – quociente (18)
r – resto 0

Usando a propriedade que diz:
*D = d * q + r, podemos fazer a substituição e resolver*
*D = 7 * 18 + 0*
D = 126
ALTERNATIVA E

01.1.5 – Potenciação com Números Naturais

A potenciação é uma outra operação matemática que aparece com frequência em diversos assuntos. Por enquanto vamos nos restringir à potenciação envolvendo números naturais.

A primeira coisa que temos que compreender é que a potenciação é uma ramificação da multiplicação. Lembra que a multiplicação é uma soma de parcelas iguais? Pois a potenciação é uma multiplicação com fatores iguais, apenas reescrita de outra forma.

Considere a multiplicação: 3 * 3 * 3 * 3 * 3 = 243
Perceba que o fator 3 está sendo repetido várias vezes e é essa condição que precisamos para poder transformar essa multiplicação em potenciação.

Será da seguinte forma: O número que está sendo repetido escrevemos da maneira normal e quantidade de vezes que este número está sendo repetido é escrito acima desse número, em um tamanho menor, da seguinte forma:

$3 * 3 * 3 * 3 * 3 = 3^5 = 243$

Aqui cada um tem seu nome, veja:

Com *a* e *n*, sendo naturais.

E cada um tem uma função:

Base: É o número a ser repetido;
Expoente: Indica a quantidade de vezes que a base será repetida.
Potência: Resultado das multiplicações.

Cuidado: Potenciação é a união da base com o expoente.
Potência é o resultado.

Acompanhe alguns casos:
$2^7 = 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 128$
$4^3 = 4 * 4 * 4 = 64$
$12^4 = 12 * 12 * 12 * 12 = 20736$

Tome nota: Apenas tenha o cuidado em achar que é a base multiplicada pelo expoente. Não funciona assim!

- **Expoente 2**

Ao usar o expoente 2, temos uma forma especial de leitura, é chamado de "elevado quadrado", ou apenas "ao quadrado".
$4^2 = 16$ "quatro elevado ao quadrado"
$6^2 = 36$ "seis ao quadrado"
$11^2 = 121$ "onze ao quadrado"
Os resultados de algum número elevado ao quadrado são chamados de **quadrados perfeitos;**

- **Expoente 3**

O expoente 3 também tem uma forma específica de leitura, "elevado ao cubo", ou simplesmente "ao cubo";

$2^3 = 8$ "dois elevado ao cubo"
$5^3 = 125$ "cinco ao cubo"
$8^3 = 512$ "oito elevado ao cubo"

Semelhante ao caso anterior, todo o resultado de um número elevado ao cubo é chamado de **cubo perfeito.**

- **Expoentes maiores que 3**

A forma de leitura dos expoentes maiores que 3 segue um padrão, iremos ler como **números ordinais;**
$3^4 = 81$ "três elevado a quarta potência"
$2^5 = 32$ "dois elevado a quinta potência"
$3^7 = 2187$ "três elevado a sétima potência"
$1^{10} = 1$ "um elevado a décima potência"

E assim por diante...

- **Expoente 1**

Este expoente tem um caso interessante: ao usar o expoente 1 o resultado será a própria base.

$2^1 = 2$
$4^1 = 4$
$10^1 = 10$
$99^1 = 99$

De forma geral: **$a^1 = a$, com a sendo número natural.**

Isso fato é útil para alguns casos em que precisamos usar algum expoente, mesmo ele não estando tão óbvio assim, ele está apenas "escondido".

Quando você vir o número 5, enxergue o 5^1.
Quando aparecer o 8, veja o 8^1.

Na Matemática é preciso enxergar além do que os olhos veem.

- **Expoente 0**

Aqui surge algo que acaba intrigando muitos. Toda base (com exceção do 0) que esteja elevado a zero, será igual a 1.

$2^0 = 1$
$8^0 = 1$
$99^0 = 1$

Genericamente: **$a^0 = 1$, com $a \neq 0$ e natural.**

Por que isso acontece?

Se...
$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = 1$

Aqui temos uma sequência, onde, de cima para baixo, a linha de baixo é metade da linha de cima. Assim, a última linha tem que resultar em 1.

- **Base 1**

Ao usar a base 1, o resultado será sempre 1, pois os resultados das multiplicações nunca se alteram.
$1^3 = 1 * 1 * 1 = 1$
$1^6 = 1$
$1^{20} = 1$

Sendo assim: **$1^n = 1$, com *n* natural.**

01.1.6 – Representação do Conjunto dos Números Naturais

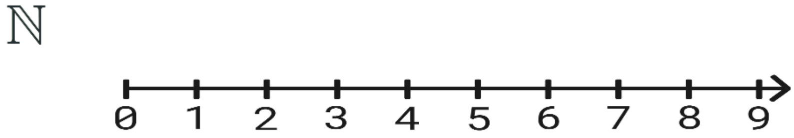
Logo no começo do capítulo vimos a representação do conjunto dos números naturais na forma de conjunto.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, ...\}$$

Mas essa não é a única forma de representação, temos ainda outras duas formas que ao longo deste curso aparecerão como forma de representar os próximos conjuntos a serem estudados.

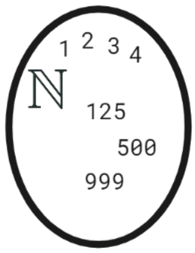
Veja:

Reta numérica



Nessa representação, continuamos com as mesmas observações que já havíamos feito antes. O primeiro elemento é o zero, os números devem ser disposto à mesma distância, e a seta no lado direito indica a orientação da reta, significa que ela é crescente para este lado.

Diagrama



Na representação por diagrama usamos uma elipse (às vezes pode aparecer um retângulo ou quadrado). Aqui fica representado todos os números que tem as mesmas características. **Ser inteiro e positivo.**

Spoiler: essas três representações irão aparecer novamente nos demais conjuntos numéricos que formos estudando. A diferença é que a cada conjunto, iremos ampliado as definições.

01.1.7 – Múltiplos e Divisores de um Número Natural

Falar de múltiplos e divisores é nada mais que falar da tabuada, pois os assuntos estão muito ligados.

Vamos conhecer cada um:

Múltiplos de um número natural: Se tomarmos como exemplos e número 3, seus múltiplos são o resultado da multiplicação de 3 por algum número natural.

3*0 = 0
3*1 = 3
3*2 = 6
3*3 = 9
3*4 = 12
3*5 = 15
3*6 = 18
3*7 = 21
e assim por diante...

Como disse, é a própria tabuada do 3.

Outro fato interessante, é que ao dividir um múltiplo pelo número, devemos ter uma divisão exata, com resto zero. (agora a gente vê os assuntos se interligando, por isso é necessário conhecer toda a base para conhecer com profundidade os demais assuntos).

Será que o número 129 é múltiplo de 3? Vamos fazer a divisão:
129 / 3 = 43, com resto zero. Então, sim. 129 é múltiplo de 3

E o número 418? Vamos verificar.
418 / 3 = 139, com resto 1. Com isso, 418 não é múltiplo de 3.

A notação de múltiplos é a letra ***m*,** com o número em questão entre parênteses, de maneira mais formal, os múltiplos de 3 ficam da seguinte forma.

m(3): 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, ...

Veja outros exemplos:

m(6): 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, ...

m(18): 0, 18, 36, 54, 72, 90, 108, ...

Há algumas observações que precisamos realizar aqui:

- Alguns materiais e em outros tópicos como veremos adiante, não consideram o 0 como primeiro múltiplo.
- Os múltiplos formam um conjunto infinito de números, por isso, é colocado apenas os primeiros elementos e logo após as reticências.
- E para relembrar: um múltiplo sempre pode ser dividido exatamente pelo número em questão.

Divisores de um número natural: É o conjunto de números pelos quais pode-se dividir um número de maneira exata. A notação de divisores é a letra ***d*.**

Por exemplo, quais são os divisores do número 18? Temos que listar todos os números que é possível dividir o número 18 de forma exata.

d(18): 1, 2, 3, 6, 9, 18

Cada um desses números pode ser dividido exatamente por 18.

Outros exemplos:

d(25): 1, 5, 25

d(30): 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

d(7): 1, 7

d(19): 1, 19

Você deve ter observado uma coisa, os divisores sempre começam com 1 e terminam com o próprio número. Aqui temos uma grande diferença a respeito do que foi dito nos múltiplos, enquanto que os múltiplos são infinitos, temos uma quantidade limitada de divisores. E o maior divisor é o próprio número.

Falar de divisores traz pra nós outros assuntos importantes...

01.1.8 – Números Primos e Números Compostos

Os conceitos de números primos e compostos vem da análise do que aprendemos sobre divisores. Aqui temos outros dois grandes conjuntos de números, e cada um tem sua definição bem clara.

Números primos: tem *exatamente* dois divisores. Que é o número 1 e ele mesmo.

Números compostos: são os números que possuem *mais que* 2 divisores.

Se você voltar na lista de números nos tópicos dos divisores, você notará que há números que seguem esses critérios.

Os números 7 e 19 tem apenas 2 divisores, eles são considerados números primos. Já os números 18, 25 e 30, têm vários divisores, então eles são números compostos.

Tome nota: Não há um padrão para sabermos se o número é primo ou composto, ou seja, não há uma fórmula bem definida, apesar de várias tentativas de muitos matemáticos. É importante observar também que os números primos podem ser infinitos, isso porque até agora não se sabe qual o maior número entre eles. O mais certo a se fazer, de fato verificar os divisores de cada número.

Se você conseguir decorar os primeiros números primos, com certeza já dá pra resolver diversos problemas, veja quais são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, ...

Perceba que não há um padrão definido, não há como saber qual será o próximo número da sequência, *números primos são misteriosos...*

Tome nota: o número 2 é o único número primo que é par. Qualquer outro número par será um número composto, pois todo par pode ser divisível por 2.

Tome nota (de novo): Os números 0 e 1 não são nem primos nem compostos, não se engane....

Mas tudo isso leva a quê? Acontece que os números primos são a base de qualquer número composto. É como se fosse a forma <u>*elementar*</u> dos números naturais. Pegue quaisquer números primos, e quantos quiser, faça a multiplicação entre eles, resultará números compostos.

2 * 3 = 6 (número composto)
3 * 5 * 7 = 105 (número composto)
5 * 5 * 19 = 475 (número composto)

Podemos concluir que os números compostos derivam da multiplicação de números primos.

QUESTÃO COMENTADA

<u>**ABCP - 2020 - Prefeitura de Bom Jesus dos Perdões - SP - Assistente Social**</u>
Assinale a alternativa que apresenta um número primo.

A) 9
B) 13
C) 14
D) 225

*Basta lembrarmos daquela listinha de números primos: 2, 3, 5, 7, 11, <u>**13**</u>, 17, ...*
ALTERNATIVA B

01.1.9 – Decomposição de números compostos em fatores primos

Também podemos chamar este tópico como <u>*fatoração de números compostos.*</u> Lembra do que foi falado anteriormente? *"os números compostos derivam da multiplicação de números primos"*. Aqui teremos que verificar quais números primos compõem determinado número composto. Para isso, iremos aprender a técnica da fatoração.

Esta técnica consiste em realizar divisões sucessivas do número em questão pelo menor número primo possível, até que consigamos o número 1 ao final. Os números que forem usados na divisão são os fatores primos do número analisado. Lembra daquela lista de números primos que coloquei lá em cima? Vou repetir aqui, pois precisaremos dela: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, ...

Vamos determinar os fatores primos do número 60. Veja o processo:

60	

Escreva o número a ser fatorado (decomposto) e faça uma linha reta na vertical. Ao lado direito, escreveremos os números primos para realizar a divisão. o resultado da divisão deverá ser colocado abaixo do 60, para então, ser repetido o processo. Até que se chegue no número 1 do lado esquerdo.

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

Inicialmente usamos o número 2, pois é o menor número primo possível para dividir o número 60.

O resultado, 30, fica embaixo e novamente dá pra dividir por 2. Que dá 15, vai para baixo também.

Já o 15 não dá para dividir por 2, vamos procurar outro, o 3. O resultado que é 5, vai para baixo.

Como o 5 já é um número primo, só podemos dividir por 5. O resultado 1, fica embaixo e encerra-se a fatoração. Agora veja o que devemos fazer com os valores.

60	2
30	2
15	3
5	5
1	2*2*3*5

Iremos agrupá-los em fatores (multiplicações), daí o nome: fatoração!
Além disso, os fatores que forem iguais podem ser escritos como potenciação, como é o caso do 2, que aparece 2 vezes.

$60 = 2 * 2 * 3 * 5 = 2^2 * 3 * 5$

Veja alguns outros casos:

150	2
75	3
25	5
5	5
1	$2*3*5^2$

$150 = 2 * 3 * 5^2$

256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	2^8

$256 = 2^8$

Os assuntos abordados nos prć vêm conciliar esses assuntos, como sempre, estudamos separadamente para poder fazer a união.

01.1.10 – Mínimo Múltiplo Comum (m.m.c.)

Aqui vamos juntos os conceitos de múltiplos com o que vimos a respeito de fatoração. Para definir o mínimo múltiplo comum precisamos de dois números ou mais. Como o nome já diz, temos que indicar qual o menor número que é múltiplo e comum, que faz parte de ambos os números. Podemos fazer isso de forma diferentes, uma dela é fazendo a listagem dos primeiros múltiplos, como no caso abaixo:

Definir o mínimo múltiplo comum entre 3 e 4.

i) Listar os múltiplos de cada número separadamente:
m(3): 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, ...
m(4): 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ...

ii) Marcar os números que são comuns:
m(3): 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, ...
m(4): 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ...

iii) Observar o menor de todos:
m(3): 3, 6, 9, ***<u>12</u>***, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, ...
m(4): 4, 8, ***<u>12</u>***, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ...

Concluímos que: m mc(3,4): 12 *"o mínimo múltiplo comum entre 3 e 4 é igual a 12"*. Este processo funciona para qualquer caso, mas para números grandes fica um pouco cansativo fazer esta análise. Então iremos determinar o mmc pelo método da fatoração, que é o mesmo que já aprendemos a fazer, só que neste caso, iremos fatorar dois ou mais números ao mesmo tempo, seguindo aquelas mesmas condições já impostas. A única diferença é que iremos fazer a multiplicação dos números primos encontrados, o resultado obtido será o mmc.

3, 4	2
3, 2	2
3, 1	3
1, 1	2*2*3=12

Como eu disse, temos que seguir os mesmos critérios usados na fatoração. "Dividir pelos menores primos possíveis". Lembrando que, como ainda estamos no universo dos números naturais, as divisões devem ser exatas.
Quando não for possível fazer a divisão, apenas repete o número abaixo, como foi o caso do número 3, até que seja possível usá-lo. Ao final, faça a multiplicação de todos os números da direita, que teremos o mmc. Novamente encontramos o número 12.

mmc entre 10 e 12

10,12	2
6,5	2
3,5	3
1,5	5
1,1	$2^2*3*5=60$

mmc(10,12): 60

mmc entre 24 e 35

24,35	2
12,35	2
6,35	2
3,35	3
1,35	5
1,7	7
1,1	$2^3*3*5*7=840$

mmc(24,35): 840

Lembre-se que este método serve para determinar o mmc entre mais de dois números.

Exemplo, mmc(15, 18, 32): 1440

15,18,32	2
15,9 ,16	2
15,9, 8	2
15,9, 4	2
15,9, 2	2
15,9, 1	3
5, 3, 1	3
5, 1, 1	5
1, 1, 1	$2^3*3^2*5=1440$

Tome nota: Quando os números forem primos entre si, ou seja, não tiverem divisores comuns, seu mmc será o produto dos números. Vamos relembrar o primeiro exemplos que usamos mmc(3,4), não existe divisor comum entre eles, os números que são usamos para dividir o 4 são diferentes dos números que usamos para dividir o 3. (primos entre si). Seu mmc acaba sendo 12, o resultado de 3*4.

QUESTÃO COMENTADA

Itame - 2020 - Câmara de Itauçu - GO - Fiscal do Meio Ambiente
Em um conselho regional, o presidente é eleito a cada 4 anos, o secretário a cada 3 anos e o coordenador geral a cada 2 anos. Se em 2020 houve eleições para os três cargos, simultaneamente, das opções abaixo, em que ano isso ocorrerá novamente?

A) 2028
B) 2030
C) 2032
D) 2034

É nesse contexto que a maioria das questões de mmc são cobradas. Aqui devemos calcular o mmc(4,3,2), vamos usar o método da fatoração:

4 , 3 , 2	2
2 , 3 , 1	2
1 , 3 , 1	3
1 , 1 , 1	$2^2 * 3 = 12$

Significa que, depois de 2020 o evento acontecerá simultaneamente somente passado 12 anos, ou seja, em 3032.

ALTERNATIVA C

01.1.11 – Máximo Divisor Comum (m.d.c.)

Aqui, temos algo semelhante ao tema anterior. Iremos analisar dois ou mais números e determinar qual é o maior número que seja divisor comum. Também podemos fazer por listagem de divisores, e por fatoração entre os números escolhidos.

Vamos determinar o mdc entre 12 e 18.

Inicialmente, iremos fazer listando os divisores de cada um;

d(12): 1, 2, 3, 4, 6, 12
d(18): 1, 2, 3, 6, 9, 18

Vamos marcar quais números são comuns:
d(12): 1, 2, 3, 4, 6, 12
d(18): 1, 2, 3, 6, 9, 18

Por fim, vamos marcar o maior número entre esses comuns:

d(12): 1, 2, 3, 4, ***6***, 12
d(18): 1, 2, 3, ***6***, 9, 18

Concluímos que o mdc(12,18): 6

A mesma observação do mmc serve para este caso, ao analisar números maiores, é complicado fazer esta listagem toda vez. Por isso é mais prático usar a fatoração também, mas aqui há uma diferença entre a fatoração que fizemos para determinar o mmc. Lembra que ao final multiplicamos todos os números primos encontrados? Não podemos fazer isso por aqui, ao fazer as fatorações, iremos marcar o número primo que foi usado para fazer a divisão de ambos os números na mesma linha, de uma só vez, com esses números é que faremos a multiplicação e o resultado será o mdc. Os demais números serão descartados.

12,18	2
6, 9	2
3, 9	3
1, 3	3
1, 1	2*3=6

Os números destacados em vermelho são os que foram feitos a divisão na mesma linha, apenas com esses é que precisamos fazer a multiplicação, resultado é o mdc.

Acompanhe outros casos:

mdc(25,30): 5

25,30	2
25,15	3
25,5	5
5,1	5
1,1	5

mdc(56,24): 8

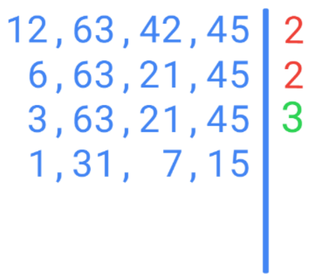
56,24	2
28,12	2
16,6	2
8,3	2
4,3	2
2,3	2
1,3	3
1,1	2*2*2=8

QUESTÃO COMENTADA

<u>IDIB - 2018 - Prefeitura de Campos Sales - CE - Professor Fundamental II - Matemática</u>
Fatorando os números abaixo,
i. 12, ii. 63, iii. 42, iv. 45
E excluindo o numeral 1 dos fatores, marque qual fator é comum a todos eles.

A) 2
B) 3
C) 5
D) 6

*A questão que a gente encontre o **fator comum a todos os números**, ou seja, o número que pode ser **divisor de todos eles ao mesmo tempo**, estamos falando de mdc.*



01.1.12 – Número de Divisores de um Número Natural

Vimos no tópico 01.8 como determinar os divisores de um número natural, mas e se quisermos sabermos apenas quantos divisores tem um número, ou seja, não estamos interessados em saber QUAIS SÃO apenas, QUANTOS SÃO, não é necessário fazer toda a lista de divisores, logo porque se o número for muito grande, será uma tarefa cansativa, para isso usaremos a ***fatoração.***

É necessário ter alguns cuidados aqui, a princípio faremos uma fatoração normal e observaremos os ***expoentes dos fatores primos.***

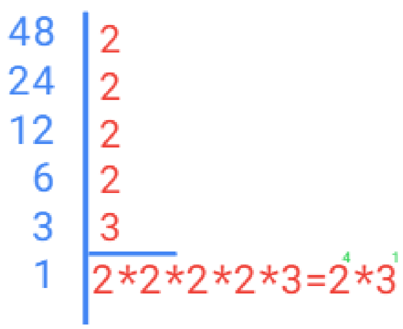
Acompanhe:

Vamos determinar os divisores de número 48.

Pela listagem temos:
d(48): **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.**

Por ser um número razoavelmente pequeno, fica tranquilo fazer a listagem. O número 48 tem 10 divisores. Vamos agora acompanhar o processo prático.

Inicialmente iremos fazer a fatoração do número 48



Conforme destaquei, nosso foco vai para os expoentes dos fatores. Lembre-se que, quando o número aparecer apenas uma vez, como o caso do 3, coloque o expoente 1.

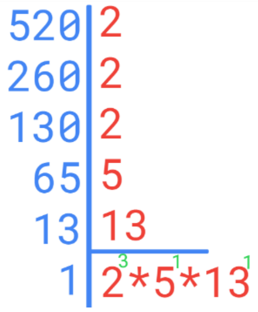
A partir de agora, iremos usar apenas esses expoentes.
Atenção: ***iremos somar uma unidade a cada expoente e fazer a multiplicação entre eles.***

(4+**1**) * (1+**1**) = 5 * 2 = 10

Retornamos ao número 10, que foi o que havíamos conseguindo a fazer a listagem.

Vamos usar este processo em um número maior.

Determinar o número de divisores de 520



Novamente, devemos agrupar os fatores comuns em forma de potenciação. Se o número aparecer apenas uma vez, use o expoente 1.

Agora teremos que somar uma unidade a cada expoente e fazer a multiplicação:

(3+**1**) * (1+**1**) * (1+**1**) = 4 * 2 * 2 = 16

Temos então, 16 divisores do número 520.

01.1.13 – Radiciação com Números Naturais

Se você conseguiu compreender o que foi explicado a respeito de no tópico **01.1.5 – Potenciação com Números Naturais** a radiciação não será complicada. Isso porque elas são operações inversas. Assim como a adição é inversa à subtração e como a multiplicação é inversa à divisão.

O símbolo da radiciação é este: $\sqrt{\ }$

Ele é chamado de radical. De forma geral, podemos descrever o seguinte:

$$\sqrt[n]{b} = a, onde\ a^n = b$$

Assim como nos casos anteriores, cada elemento tem um nome:
n – índice
b – Radicando
a - Raiz

Perceba que a forma geral da potenciação aparece aqui.
Se n=2; estamos falando da *raiz quadrada*. E o número 2 não precisa aparecer.

$\sqrt{4}$ "Lemos a raiz quadrada de quatro";

Partindo da forma geral posta acima, temos que descobrir um número que elevado ao quadrado, resulte em 4. Temos então o número 2, pois 2^2=4

$$\sqrt{4} = 2, pois\ 2^2 = 4$$

Viu como na Matemática um assunto depende de outro?

$$\sqrt{16} = 4, pois\ 4^2 = 16$$

$$\sqrt{100} = 10, pois\ 10^2 = 100$$

Se o índice for 3, estamos falando da raiz cúbica. Que no caso, é o inverso do "elevado ao cubo"

$$\sqrt[3]{8} = 2, pois\ 2^3 = 8$$

$$\sqrt[3]{125} = 5, pois\ 5^3 = 125$$

Da mesma forma que na potenciação, os índices acima de 3 será lido como "raiz quarta, raiz quinta, raiz sexta, raiz décima, ..."

$\sqrt[5]{32} = 2, pois\ 2^5 = 32$ "raiz quinta de 32 é igual a 2"

Mas e quando não soubermos qual potenciação está envolvida? Tem alguma forma de descobrir a raiz? SIM. Novamente usaremos o método da **fatoração.** Por isso que deixei para falar da radiciação só aqui, porque tínhamos que conhecer primeiro como fazer fatoração de números.

Imagine que você não saiba quanto vale a $\sqrt[5]{32}$, apenas para verificarmos que chegaremos ao mesmo resultado já indicado. Iremos inicialmente fazer a fatoração do número 32, e assim como no último tópico, agrupar os fatores em forma de potenciação, se tivermos vários números iguais, agruparemos o expoente de acordo com o índice da raiz.

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	2^5

Veja que ao fatorar o 32, encontramos 2^5 (usamos o expoente 5, pois estamos falando da raiz quinta) o que é válido, pois, $2^5=32$. Agora vamos fazer uma ***substituição,*** no lugar do 32, usaremos o 2^5.

$\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5}$, e aqui tem um ponto muito importante, o índice é igual ao expoente. Aqui eles se cancelam e o resultado é o próprio radicando. $\sqrt[n]{a^n} = a.$

Por fim: $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

Veja mais alguns casos:

$\sqrt[4]{1296}$

1296	2
648	2
324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	$2^4 * 3^4$

Por estarmos buscando a raiz quarta, temos que agrupar os fatores com o expoente 4. Da mesma forma que no caso anterior, iremos usar o $2^4 * 3^4$ no lugar de 1296.

$\sqrt[4]{1296} = \sqrt[4]{2^4 * 3^4}$ caímos no mesmo caso onde o índice é igual ao expoente. Eles se cancelam e multiplicamos os números de dentro da raiz.

$\sqrt[4]{1296} = \sqrt[4]{2^4 * 3^4} = 2 * 3 = 6$

O que faz sentido, pois $6^4 = 1296$

ões Numéricas com Números Naturais

Expressões numérica é fazer a união de todas as operações que já vimos até aqui em uma só situação. Existem regras bem claras na hora de resolvê-las para que não haja confusão ou dúvidas.

Temos algumas hirarquias na hora da resolução, e precisamos separar em duas partes:

Ordem das operações: seguiremos a seguinte ordem quando se tratar das operações.

1° - Potenciação e radiciação (na ordem que aparecer, da esquerda para a direita);

2° - Multiplicação e divisão (na ordem que aparecer, da esquerda para a direita);

3° - Adição e subtração (na ordem que aparecer, da esquerda para a direita).

Ordem dos sinais: Junto com as expressões numéricas podem aparecer alguns sinais que têm a função de isolar certas operações. E eles têm prioridades acima do que as operações sozinhas, veja os sinais e a ordem de resolução:

1° - ( ) Parênteses
2° - [ ] Colchetes
3° - { } Chaves

Vamos ver alguns exemplos para compreender como tudo isso se aplica.

Inicialmente, iremos ver apenas com as operações, dos casos mais simples aos mais difíceis:

3+5*2 → aqui temos a operação de soma e multiplicação. Apesar de a adição aparecer no início da expressão, temos que obedecer a ordem de resolução, neste caso, precisamos resolver a multiplicação e só então fazer a soma.

3+5*2 = 3+10 = 13

60 – 4 * 5 + 40 → aqui temos 3 operações, observe que há uma multiplicação, aqui ela tem prioridade.
60 – 20 + 45 → após ter resolvido a multiplicação, sobrou a subtração e adição. Nesses casos, precisamos resolver na ordem em que aparecer.
40 + 45 = 85

60÷5-8 → temos aqui uma divisão e subtração, pela ordem, iremos fazer primeiro a divisão, para então subtrair.
12-8 = 4

4^2+12÷3 → aqui já há alguns detalhes a mais. Temos potenciação, soma e divisão. Temos apenas que obedecer às ordens.

16+12÷3 →Resolvemos inicialmente a potenciação

16+4 = 20→ eliminamos a divisão

$\sqrt{49} * 2 - 2^3 \div 4$ → obedecendo as prioridades, vamos resolver inicialmente a radiciação e potenciação.
$7 * 2 - 8 \div 4$ → Agora podemos fazer a multiplicação e divisão, como elas estão separadas pela subtração, podemos resolver as duas de uma só vez.
14 – 2 = 12 → por fim, resolvemos a operação de subtração.

Seguindo esses critérios, não há como errar.
Agora iremos falar dos outros sinais, aqueles que podem isolar certas operações.

Veja a diferença:

2 + 3 * 4 → segundo o que foi dito acima, devemos primeiro multiplicar para então fazer a soma.
2 + 12 = 14

Mas observe este caso:

(2 + 3) * 4 → aqui temos o sinal de parênteses que está isolando a operação de adição. Este sinal tem maior prioridade do que já foi exposto acima. Devemos então, somar para depois multiplicar.

(2 + 3) * 4 =

5 * 4 = 20 → É preciso ficar atento nesses detalhes para não cometer erros.

Os outros sinais, colchetes e chaves ficarão nas partes mais externas das expressões, ao seguir aquela ordem que foi dita acima, iremos resolver a expressão de dentro para fora, eliminando os sinais, e observando a ordem das operações.

2 * [48 ÷ $(5-3)^2$] → Aqui, iremos resolver incialmente a subtração que está dentro dos parênteses, eliminando-os.
2 * [48 ÷ 2^2] → Podemos então resolver a potenciação dentro dos colchetes.

2 * [48 ÷ 4] → Agora eliminamos a divisão e o sinal de colchetes

2 * 12 = 24→ por fim, multiplicamos.

Veja um exemplo resolvido com todas as operações e sinais:

$\{3^2+[(2*5+2^3)\div(10-4)]\}*7=$

$\{9+[(2*5+8)\div(10-4)]\}*7=$

$\{9+[(10+8)\div(6)]\}*7=$

$\{9+[18\div6]\}*7=$

$\{9+3\}*7=$

$12*7= 84$

QUESTÃO COMENTADA

<u>Asconprev - 2020 - Prefeitura de Moreilândia - PE - Agente Comunitário de Saúde</u>

Matemática Básica, Cecília se deparou com o seguinte cálculo: (8 + 13) x 5 - 2. Considerando que a estudante acertou a questão, qual foi a resposta de Cecília?

A) 103
B) 71
C) 63
D) 98
E) 28

Temos que obedecer às ordens necessárias, inicialmente vamos resolver a operação de dentro dos parênteses:

(8 + 13) x 5 – 2

*21 * 5 – 2 → agora poderemos resolver a operação de multiplicação*

105 – 2 = 103 → por fim, fazendo a subtração, temos o resultado 103.

ALTERNATIVA A

01.2 – Conjuntos dos Números Inteiros $\mathbb{Z}$

Na primeira parte, estudamos a respeitos conjunto dos números naturais, tratamos das operações e outros conceitos. O conjunto dos Números Inteiros nos traz novas ideias e novas formas de fazer as operações. Antes de tudo, vamos conhecer os elementos desse conjunto, lembrando que, como o nome já nos informa, iremos tratar dos números *inteiros*, ou seja, que não há a presença de vírgula.

Estes são os elementos do conjunto dos Números Inteiros.

$\mathbb{Z}$ = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

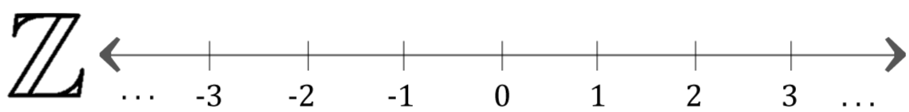
Observe que temos o sinal de reticências nos dois lados do conjunto. Isso significa que ele é infinito para os dois lados. Além disso, perceba que os elementos que estudamos no conjunto dos números naturais estão presentes no conjunto dos números inteiros. Dá pra concluir que o conjunto dos números naturais fazem parte do conjunto dos números inteiros, em termos matemáticos “o conjunto dos números naturais estão contidos no conjunto dos números inteiros”.

É muito importante notar isso, pois à medida que estudamos novos conjuntos numéricos, vamos expandido todas as ideias já vistas antes.

Nesta parte do curso, iremos rever todas as operações já vista no conjunto dos números naturais. Porém, claro, com novas regras.

01.2.1 – Módulo, simetria e comparação de números inteiros

Ao falar de números inteiros, novos conceitos terão de ser abordados. O que facilitará no entendimento de assuntos posteriores. Para estes três tópicos, iremos precisar da reta numérica dos números inteiros.



<u>Módulo ou valor absoluto:</u> O módulo é simbolizado assim: | |, com o número entre essas barras.
Ex.: |-3| “módulo de menos três.”
|8| “módulo de oito.”

Sua definição é: Distância entre um número e a origem da reta numérica.

A origem da reta numérica é o ponto 0. Vamos definir a distância entre um número e outro como sendo *uma unidade de distância.*

Vamos analisar o |-4|. Qual distância o número -4 está da origem? Se compararmos a reta numérica, veremos que está a 4 unidades de distância, logo:
|-4| = 4

O módulo de |9|. Da mesma forma, a que distância o número 9 está da origem? Está a 9 unidades.
|9| = 9

Os números positivos também podem ser escritos assim: |+12|, estamos falando do 12, que fica então:
|+12|=12

Tome nota: Para determinar o módulo, podemos apenas retirar o sinal do número.

Veja outros exemplos:

|+15| = 15
|-75| = 75
|-100| = 100
|60| = 60
|+1| = 1

<u>Simetria ou número inverso:</u> Para a simetria, iremos precisar de dois números. Sua definição é: *números que estão à mesma distância da origem.*
Se pensarmos no número 15, ele está a 15 unidades de distância da origem, certo? Qual o outro número está a essa mesma distância? É o -15. Logo, os números 15 e -15 são simétricos.

Tome nota: Para encontrar o número simétrico, precisamos apenas trocar o sinal do número.

Simétrico de 45 é -45
Simétrico de -25 é 25
Simétrico de -100 é 100
Simétrico de +52 é -52
Simétrico de 1 é -1

Comparação entre números inteiros: Para comparar dois números inteiros, teremos três casos: Um número pode ser maior que outro, pode ser menor que outro, pode ser igual a outro.

Para isso, temos o uso de três sinais:

> (maior que...)

< (menor que...)

= (igual a...)

Para definir qual sinal usar, podemos ter auxílio da reta numérica.

Tome nota: Quanto mais à direita o número tiver maior ele será.

Ex.: Comparando os números 3 e 8, fica claro que o três é menor que 8, então fica assim: 3 < 8. O que é o mesmo que dizer que 8 é maior que três, 8 > 3. As duas afirmações são verdadeiras, mas veja que o lado do sinal muda de direção.

Veja outros casos: -4 e 5. O número 5 está mais à direita da reta. Então -4 < 5.
Comparando 18 e 9, fica assim: 18 > 9
Comparando -8 e -19 é preciso ter cuidado ao analisar dois números negativos, *quanto menor o módulo maior o número*, pois estará mais à direita da reta. Então fica assim: -8 > -19.

Se os números tiverem no mesmo local da reta numérica, os números são iguais, tipo:
+ 15 = 15, ou 100 = + 100

Veja outros casos:
-15 < 9
75 > 12
-78 < -1
23 > -10
+ 18 = 18

Tome nota: O lado aberto do sinal estará voltado para o lado do maior número.

01.2.2 – Adição e subtração de números inteiros

Frequentemente iremos fazer algumas comparações entre o conjunto dos números naturais e o conjunto dos números inteiros. No conjunto dos números naturais tínhamos algumas restrições, pois o resultado tinha que ser apenas números positivos. Aqui, teremos um pouco mais de "liberdade", para fazer os cálculos. Lembrando que, tudo que já foi dito antes, também vale aqui.

Vamos separar as operações de adição e subtração em dois grupos:

Com sinais iguais: Iremos somar os números e somar os expoentes.

Já estamos acostumados a fazer 3 + 4 = 7.
Temos que observar que o número três é positivo, o caso é que o sinal não aparece, mas se fôssemos colocar todos os sinais, inclusive no resultado, ficaria assim: +3 + 4 = +7

Agora veja este caso: -4 – 8 = ??

Temos um número negativo (-4), e temos que subtrair com esse número (-8). Como resolver? Imagine assim: Na sua conta bancária tem um saldo negativo de -4 reais, você precisa sacar 8 reais da sua conta. Ou seja, você precisa tirar de algo que já é negativo. Significa então que o saldo aumentará, só que negativamente. Assim, seu saldo será de -12 reais, então: -4 – 8 = -12
Perceba que, é somado os números e é repetido o sinal negativo.

Veja outros exemplos:

13+25 = 38	-80-25 = -105
50+14 = 64	-45-33 = -98
75+120 = 195	-14-14= -28

Com sinais diferentes: Teremos que repetir o sinal do maior número *em módulo*, subtrair os números do maior para o menor.

Novamente, já saber fazer: 25 – 13 = 12
Mesmo sem saber, já estamos aplicando este conceito. O maior número em módulo é o 25, que é positivo, então o resultado final será positivo, ao subtrair 25-13 dará 12. (o que já é óbvio).

Mas vamos ver outros casos:

-13 + 25 =
Vamos aplicar a regrinha:

O maior número em módulo é o 25, o sinal dele é positivo. O resultado será positivo.
Ao fazer a subtração, sempre deve ser do maior para o menor. 25-13, que também dará 12.

-13 + 25 = 12

- 14 + 8 =

Vamos pensar na história da conta bancária. Na sua conta tem saldo negativo de 14 reais (-14), você deposita 8 reais (+8), quanto ficará seu saldo? Ainda ficará negativo, e será de 6 reais (-6).
Aplicando aquela regra, podemos ver desta forma: o maior número em módulo é o 14, e seu sinal é negativo, então o resultado será negativo. Temos que subtrair do maior para o menor (14-8=6), usando o sinal fica -6.

-14 + 8 = -6

- 35 + 40
O maior número em módulo é 40, seu sinal é positivo. O resultado será positivo.
Ao subtrair 40 – 35, o resultado será 5. Portanto, o resultado será:

-13 + 25 = 5

Veja outros exemplos:

-15 + 25 = 10

18 - 30 = -1 2

-48 +30 = -18

01.2.3 – Multiplicação e divisão de números inteiros

Em relação aos resultados, tudo começa igual. O que muda é apenas o jogo de sinais. O que vale para a multiplicação vale também para a divisão. A regra é bem simples, e vamos novamente separar em dois grupos.

Sinais iguais: Resultado positivo.

10 * 8 = 80

(-20) * (-3) = 60

48 ÷ 6 = 8

(-60) ÷ (-5) = 12

Sinais diferentes: Resultado negativo.

(-4) * 7 = -28

12 * (-3) = -36

(-40) ÷ 8 = -5
36 ÷ (-9) = -4

01.2.4 – Potenciação de números inteiros

Nesta parte iremos focar no caso em que há a **base negativa,** há também o caso em que o expoente é negativo, mas falaremos disso em outro conjunto.

De forma geral, teremos duas situações:
Base negativa com expoente par: resultado positivo

$(-2)^2 = (-2) * (-2) = 4$

Isso acontece porque usamos aquelas regras de sinais vistas acima, e surge então o padrão de acontecer que no final sempre dará um resultado positivo. O resultado com o número será o mesmo.

$(-3)^4 = (-3) * (-3) * (-3) * (-3) = 81$

Ou seja, se você souber a potenciação com os números naturais, pode até resolver de forma direta e nem se preocupar com o sinal.

Base negativa com expoente ímpar: Resultado negativo

$(-2)^3 = (-2) * (-2) * (-2) = -8$

Da mesma forma que na situação anterior, usamos o jogo de sinais na multiplicação, e ao final restará o sinal de menos, tornando o sinal negativo.

$(-5)^5 = (-5) * (-5) * (-5) * (-5) *(-5) = -3125$

Sendo assim, ao ver a base negativa e expoente ímpar, já saiba que o resultado será algo negativo.

Tome nota: Perceba que em todos esses casos há a presença dos parênteses na base, e abrir em forma de fatores os parênteses acompanham a base. Veja um caso que a base é negativa, mas não há parênteses.

$-2^2 =$

Aqui, o sinal negativo não será elevado ao quadrado, ficará assim:

$-2^2 = -2 * 2 = -4$

$-4^3 = -4 * 4 * 4 = -64$

Concluímos então que, com a base negativa e sem o sinal de parênteses, o resultado dará sempre negativo.

01.2.5 – Radiciação com números inteiros

Jamais se esqueça que: A radiciação é oposta à potenciação. Sendo assim, as mesmas observações que foi dita acima vale aqui, só que “ao contrário”.

Iremos novamente separar em dois grupos:

Radicando negativo com expoente par: Não haverá um resultado (dentro do conjunto dos números inteiros).

Lembre-se que para cada conjunto numérico temos regras específicas, e dentro do conjunto dos números inteiros, não conseguiremos determinar uma raiz para índices pares. Veja o porquê:

$\sqrt{-4} =$

Partindo daquela análise, não há um número que elevado ao quadrado resulte em -4. Poderíamos sugerir o 2 ou -2, porém: $2^2 = 4$ e $(-2)^2 = 4$. Não conseguiremos chegar ao -4. O mesmo acontece com

$\sqrt[4]{-64}$ = Não podemos solucionar.

Radicando negativo com expoente ímpar: O resultado será negativo.

Aqui já fica mais fácil de solucionar.

$\sqrt[3]{-27} = -3, pois\ (-3)^3 = -27$

$\sqrt[5]{-1024} = -4, pois\ (-4)^5 = -1024$

01.2.6 – Representação do conjunto dos números inteiros

Já vimos algumas representações nos tópicos acima, mas vamos reunir todos aqui e comentar mais a respeito:

Conjunto:

$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

Reta numérica: Temos a mesma reta numerada que o conjunto dos números naturais, contudo, teremos números nas duas direções da reta.

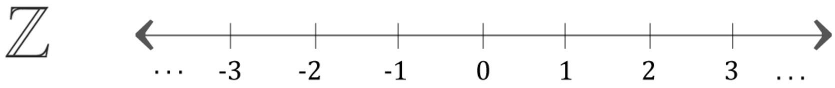
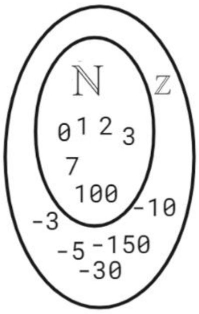


Diagrama:



Tome nota:

Se você observar bem, todos os elementos do conjunto dos números naturais estão presentes em todas as representações dos conjuntos dos números inteiros, isto porque o conjunto dos naturais é subconjunto dos inteiros. Veja então essas simbologias:

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ "O conjunto dos números naturais ***está contido*** no conjunto dos números inteiros", ou...

$\mathbb{Z} \supset \mathbb{N}$ "O conjunto dos números inteiros ***contém*** o conjunto dos números naturais".

Isso significa então que: **todo número natural é um número inteiro, mas nem todo número inteiro é um número natural.**

3 → é natural e inteiro.
10 → é natural e inteiro.
-13 → é inteiro.

SUBCONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS:

Podemos ter vários casos de subconjuntos nos números inteiros:

$\mathbf{Z}^*$ = {..., -3, -2, -1, 1, 2, 3, ...}; lembre-se que o sinal * elimina o número zero do conjunto. Dizemos que é o *conjunto dos inteiros não-nulos;*

$\mathbf{Z}_+$ **=** {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}; Aqui é eliminado os números negativos; chamamos de *conjunto dos inteiros não-negativos.* Veja que é exatamente o conjunto dos números naturais.

$\mathbf{Z}^*_+$ ={1, 2, 3, 4, 5, ...}; Temos os inteiros positivos e não-nulos;

Z- = {..., -3, -2, -1, 0}; São os números inteiros não-positivos;

$\mathbf{Z}^*_-$ ={..., -3, -2, -1}; Temos os inteiros negativos e não-nulos.

01.3 – Conjunto dos números racionais $\mathbb{Q}$

Iremos conhecer um novo conjunto, uma ampliação de tudo que já vimos. Iremos fazer operações com novos tipos de números.

01.3.1 – Definição de número racional

Um número racional é definido como a *divisão de dois números inteiros, com o divisor diferentes de zero.* Em termos matemáticos, temos isso:

$$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b}, a\ e\ b\ \in Z, e\ b\ \neq 0\}$$

Tome nota: ***a,*** é chamado de numerador; ***b*** é chamado de denominador.

Veja que, diferentemente dos demais conjuntos, não fizemos a lista de elementos. Isso porque a cada novo conjunto estudado, seus elementos aumentam. Nessa representação temos a forma de fração, e veremos mais à frente que um só número tem infinitas formas de ser representado de forma fracionária.

Tome nota: Em toda fração está "escondida" a operação de divisão.

O nosso objetivo então, é descobrir se o número pode ser transformado em fração seguido os critérios estabelecidos, caso seja possível, ele é um número racional.

Quem são os números racionais?

Os dois conjuntos anteriores que já estudamos já são considerados como parte do conjunto dos números racionais. Pois podemos transoformar seus elementos em uma fração, verifique:

- **Números naturais:** Para termos uma fração que resulte em um número natural, precisamos verificar o resultado da divisão.

Vamos considerar o número 1. Como transformá-lo em fração?

Para qualquer número natural, acresentando o número 1 no denominador, já temos uma fração escrita;

$1 = \frac{1}{1}$

Ao fazer a 1 dividido por 1, retornamos ao próprio 1. Mas ainda há outras formas...

$1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} \ldots = \frac{n}{n}; n \neq 0$

Qualquer uma dessas frações retornam ao número 1, e como você pode notar há infinitas formas de representar o número 1 como fração, pois um número natural dividido por ele mesmo é igual a 1.

Vamos analisar o número 2;

$2 = = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5} = \cdots = \frac{2n}{n}; n \neq 0$

Sempre que dividirmos um número pela sua metade, conseguiremos o número 2 como resultado. E esssas são as formas de escrever o número 2 em fração. E isso acontece com qualquer número natural.

- **Números inteiros:** O mesmo acontece com os números inteiros, podemos tranquilamente transformá-los em fração.

-5= $\frac{-5}{1}$; de início podemos usar o denominador 1, mas também há infinitas formas de indicar o -5 em fração;

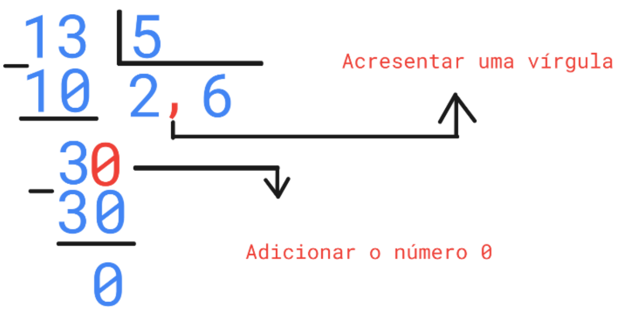
-5= $\frac{-5}{1} = \frac{-10}{2} = \frac{-15}{3}$ = ...

-10 $= \frac{-10}{1} = \frac{-20}{2} = \frac{-30}{3} = \frac{-40}{4}$=...

A partir daqui, entraremos em contato com novos tipos de números.

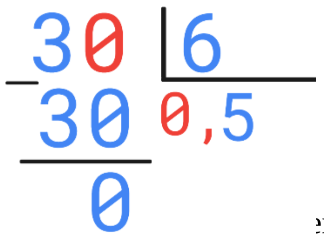
- **Números decimais exatos:** Para falar desses números vamos rever algo que falamos a respeito da divisão de números inteiros;

Havia divisões que não eram exatas, aquelas em que o resto era diferente de zero. Por se tratar de números inteiros, parávamos a divisão quando aquele resto era menor que o divisor. Com o conjunto dos números racionais podemos finalizar aquele tipo de divisão.



Quando o resultado da subtração for menor que o divisor, iremos acrescentar o número zero a ele. Além disso, acrescentar uma vírgula ao quociente, e assim prosseguir a divisão até conseguir o resto zero.

Se logo de início o dividendo for menor que o divisor, faremos esse “truque” de acrescentar zero e vírgula logo no início, mas há outro detalhe. Veja:



Para que a divisão possa ser feita, iremos acrescentar um “zero e vírgula” no quociente, com isso, prosseguir com a divisão.

En eros naturais temos novas possibilidades de divisão.

Mas e onde entra a fração nessa história. Se toda fração é uma divisão, a divisão também é uma fração. Os números decimais exatos podem ser escritos em forma de fração.

$13 \div 5 = \frac{13}{5} = 2{,}6$

$3 \div 6 = \frac{3}{6} = 0{,}5$

E assim como nos casos anteriores, há várias possibilidades para transformar um número decimal exato em fração.

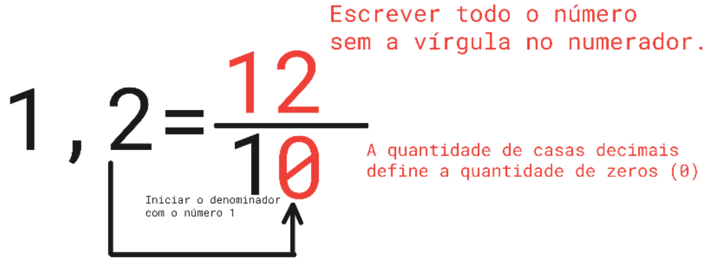
$0{,}5 = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \cdots = \frac{n}{2n}, com\ n \neq 0$

Quando o numerador for metade do denominador o resultado da divisão é 0,5.

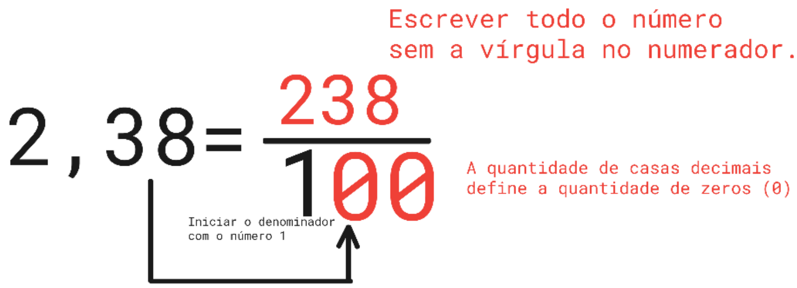
<u>Método prático para transformar um número decimal exato em fração.</u>

Há uma forma para encontrar a fração (ou uma delas) de um número decimal exato. Confira.

Transformar 1,2 em fração.

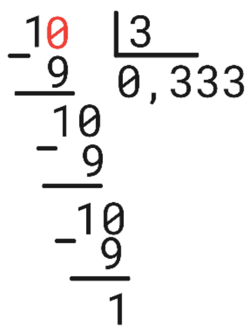


Transformar o número 2,38 em fração.



- **Dízimas periódicas:** As dízimas periódicas também são números decimais, mas há uma diferença: São números infinitos e há uma parte decimal que há repetição, o que chamamos de período. Estes números também podem ser transformados em fração, ou são originadas de frações.

Ao tentar fazer a operação: $1 \div 3$, acontece o seguinte:



Perceba que por mais que prossigamos nesta divisão, sempre encontraremos os mesmos números, seja no quociente ou no resto. Significa que não há um fim, e sempre teremos o número 3 se repetindo. Este 3 é o período da dízima.

Em forma da fração temos: $\frac{1}{3} = 0{,}333\ ...$

Tome nota: Perceba que há a presença das reticências ao final do número, é importante a presença deste sinal para indicar que o número está em repetição e é infinito, se não houver dá a entender que o número é um decimal exato.

0,222 → decimal exato;
0,222... → dízima periódica. (período = 2)

Veja outros exemplos de dízima periódica:

2,555... (período 5)
12,8131313... (período 13)
0,154154154... (período 154)

Há outra notação para representar a dízima:
$10,\overline{35}$ (o traço acima do número indica o período)

Tome nota: Vimos então que os números racionais podem se apresentar de diversas formas:
Números Naturais;
Números Inteiros;
Números Decimais exatos;
Dízimas Periódicas;

Pois todos eles podem ser reescritos em fração.

01.3.2 – Operações com números racionais – Números decimais exatos

Adição e subtração: A regra para adicionar e subtrair números decimais (que tem vírgula é semelhante ao dos números naturais, iremos alinhar as vírgulas dos números, de forma que fique alinhado os números correspondentes à unidade, dezena e centena, como também na parte decimal.

No número 21,142
o algarismo 1 corresponde ao décimo
o algarismo 4 corresponde ao centésimo
o algarismo 2 corresponde ao milésimo

Vamos somar 21,142 a 74,586

$$\begin{array}{r} 21{,}142 \\ +\ 74{,}586 \\ \hline 95{,}728 \end{array}$$

Destaquei a vírgula para você verificar a posição que ela fica no resultado. Basta descer com ela, seguindo o mesmo alinhamento.

Quando as casas decimais não forem iguais, este critério também deve ser obedecido.

Somar 9,24 + 8,912

$$\begin{array}{r} {}^{1}\phantom{0{,}000} \\ 9{,}240 \\ +\ 8{,}912 \\ \hline 18{,}152 \end{array}$$

Usei aquele zero apenas para preencher o espaço vazio.

Para subtrair, operamos do mesmo método.

$$\begin{array}{r} 58{,}32 \\ -\ 13{,}10 \\ \hline \end{array}$$

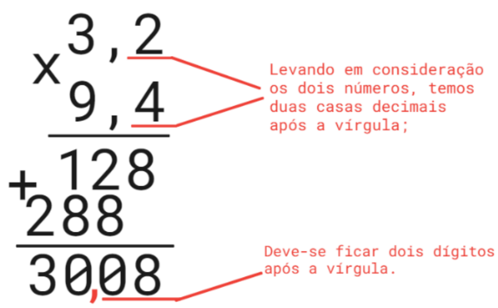
Vale lembrar que aquelas regras de sinais explicadas nas operações com números inteiros, vale aqui também;

-31,5 + 18,6 = -13,9 (O maior módulo é do 31,5 então o resultado é negativo, com isso subtraímos do maior para o menor)

-25,6 – 75,6 = -100,9 (Os sinais são iguais, repetimos os sinais e somamos os números);

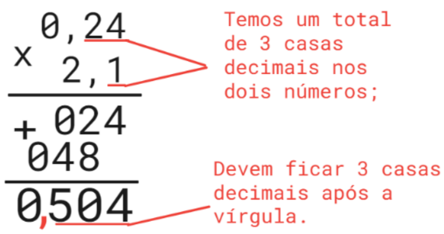
- **Multiplicação:** Para fazer multiplicação com números racionais, iremos fazer aquele mesmo processo que aprendemos sobre multiplicar números com dois dígitos ou mais. Porém, teremos uma atenção especial à posição da vírgula.

Vamos multiplicar 3,2 por 9,4



Veja outro exemplo:

0,24 * 2,1



- **Divisão:** Para fazer divisão de números com vírgulas, teremos 3 casos.

1) Vírgula no dividendo;
2) Vírgula no divisor;
3) Vírgula no dividendo e divisor.

Em ambos os casos, antes de realizarmos a divisão em si, é necessário que eliminemos a vírgula do número ou dos números. Para isso, precisaremos multiplicar por números de base 10 (10, 100, 1000, 10000), o que vai determinar o número escolhido é quantidade de casas decimais que o número tem, já que ao multiplicar por algum número de base 10 a vírgula desloca-se para a direita. Vamos acompanhar alguns exemplos desses casos:7

O número 3,1; para que a vírgula "desapareça", precisaremos multiplicar por alguém, como existe apenas uma casa decimal após a vírgula (dígito 1), iremos multiplicar por 10.
3,1 * 10 = 31 → dessa forma ele se "transforma em 31"

Tome nota: a quantidade de casas decimais define a quantidade de 0 que a gente irá usar. A parte inteira não influencia na quantidade de 0;

O número 12,451; há três dígitos na casa decimal (451), iremos multiplicar por 1000.
12,541 * 1000 = 12541.

Com isso, podemos voltar a falar da divisão.

1) ***Vírgula no dividendo;***

Veja este exemplo:

0,5 ÷2 =

Como já foi observado, precisamos “eliminar” a vírgula de 0,5. Pelo fato de ter uma casa decimal, sabemos que vamos multiplicar por 10.

0,5 * 10 = 5

Significa que temos que operar 5 ÷2 = ??
Não...
Muito cuidado.

Já que multiplicamos o dividendo por 10, teremos que multiplicar o divisor por 10 também, para que possamos manter a igualdade.

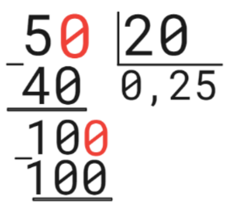
Tome nota: Multiplicar o dividendo e divisor pelo mesmo número.

2*10 = 20

Então nossa operação fica:

5 ÷20 =

Aplicando os métodos já explicados anteriormente, temos como resultado:



Vamos ver outro exemplo de forma mais direta:

4,31 ÷5 → O dividendo tem 2 dígitos na casa decimal, então vamos multiplicar ambos os números por 100.
431 ÷ 500 = 0,862

2) *Vírgula no divisor:*

Aqui a ideia será exatamente a mesma.

5 ÷2,5 → o divisor tem apenas uma casa decimal, o que significa que devemos multiplicar os números por 10. Ficando então:

50÷ 25=2

Outro exemplo:

14÷0,02 → Aqui a divisor tem duas casas decimais, teremos que multiplicar ambos os números por 100.

1400÷ 2 = 700

3) *Vírgula no dividendo e divisor:*

Neste caso vale a mesma regra: eliminar as vírgulas. Como os dois números terão vírgulas, devemos olhar para aquele que tem mais casas decimais, ele é quem decidirá por qual número devemos multiplicar:

2,2 ÷ 0,2 → A quantidade de casas decimais é igual. Podemos multiplicar ambos os números por 10.

22 ÷ 2 = 11

Tome nota: Quando a quantidade de casas decimais for igual, basta apenas desconsiderar as vírgulas, nem precisa ficar procurando número para multiplicar.

3,25÷0,25 → tem casas decimais iguais, retira-se as vírgulas e multiplica.

325 ÷ 25 =13

Vamos acompanhar os casos onde a quantidade de casas decimais é diferente.

2,31 ÷ 2,2 → perceba que o dividendo tem mais casas decimais (2 casas) teremos que multiplicar os dois números por 100. No caso do número 2,2; será acrescentado um 0 no final, pois 2,2 * 100 =220;

231÷220 = 1,05

1,55 ÷ 0,0005 → O divisor tem mais casas decimais (4 casas), então iremos multiplicar por 1000. Assim como no caso acima, iremos preencher com alguns 0 o número 1,55; pois 1,55*1000=15500; 15500÷5=3100

Estes são os casos na hora da divisão, basta apenas ficar ligado para eliminar a vírgula de maneira correta.

- **Potenciação:** Segue as mesmas regras já ditas nos conjuntos anteriores, unindo com as explicações a respeito da multiplicação. Acompanhe alguns exemplos:

$0,2^2 = 0,2 * 0,2=0,04$

$0,4^3= 0,4 * 0,4 * 0,4 = 0,064$

$(-2,1)^3 = -9,261$

$(-2,5)^4 = 39,0625$

- **Radiciação:** Assim como já foi exposto, é a inversão da potenciação;

$\sqrt{0,25} = 0,5$

$\sqrt{1,21} = 1,1$

$\sqrt[3]{0,008} = 0,2$

$\sqrt[3]{-12,25} \cong -1,65$ ($\cong$ "*aproximadamente igual*)

$\sqrt{-0,81}$=Não há resultado no conjunto dos números racionais;

01.3.3 - Operações com números racionais – Números fracionários

Para realizar operação com frações é preciso conhecer novas regras de fazer cada operação. Assim como nos casos anteriores vamos separar em partes:

- **Soma e subtração:** A regras para somar e subtrair frações são as mesmas, e iremos separar em dois casos:

➢ Denominadores iguais: Caso mais simples, devemos somar/subtrair os numeradores e repetir o denominador no resultado.

Ex.:

$\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=\frac{2+5}{3}=\frac{7}{3}$

Os denominadores são os mesmos em ambas as frações, então devemos fazer a operação de soma somente com os numeradores;

$$\frac{8}{5}+\frac{3}{5}=\frac{8+3}{5}=\frac{11}{5}$$

O mesmo acontece com a operação de subtração:

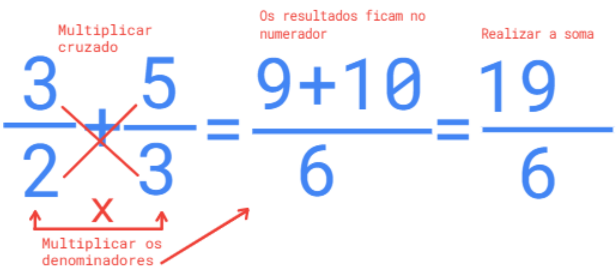
$$\frac{5}{9}-\frac{4}{9}=\frac{5-4}{9}=\frac{1}{9}$$

Lembrando que aquelas regras de sinais vistas na soma e subtração de números inteiros também servem para estes casos:

$$-\frac{5}{7}-\frac{3}{7}=\frac{-5-3}{7}=\frac{-8}{7}$$

➢ Denominadores diferentes: Neste caso, realizar apenas a soma nos numeradores não resolve o problema, temos que utilizar outro método. Aqui, poderíamos calcular o mmc entre os denominadores, mas vou te propor outra forma:

Vamos calcular $\frac{3}{2}+\frac{5}{3}$, veja que os denominadores são diferentes, então não dá pra repetir, vamos usar esta propriedade:
$\frac{a}{c}+\frac{b}{d}=\frac{a*d+b*c}{c*d}$, pode parecer um pouco confuso, mas basta substituir os termos.



Este mesmo processo funciona também para a subtração, veja um exemplo de uma forma mais direta, seguindo esses mesmos passos:

$$\frac{3}{4}-\frac{2}{5}=\frac{15-8}{20}=\frac{7}{20}$$

QUESTÃO COMENTADA

<u>Itame - 2020 - Câmara de Itauçu - GO - Agente Comunitário de Saúde</u>

- **Multiplicação:** Multiplicar frações provavelmente é a operação mais tranquila, pois independentemente de os denominadores serem iguais ou não, o processo será o mesmo: *multiplicar numerador pelo numerador e denominador pelo denominador.* Ou no popular: *o de cima pelo de cima e o de baixo pelo de baixo.*

$$\frac{2}{3} * \frac{4}{3} = \frac{2 * 4}{3 * 3} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{5}{2} * \frac{7}{4} = \frac{5 * 7}{2 * 4} = \frac{35}{8}$$

É importante relembrar que os números racionais compreendem também os números naturais e inteiros, então podem haver casos que precisamos multiplicar números que não estão na forma de fração, mas como já vimos, sempre dá para transformar.

Ex.:

$3 * \frac{5}{2}$ → a forma mais prática de transformar o 3 em fração é colocar o número 1 como denominador, e assim aplicar a operação de multiplicação.

$\frac{3}{1} * \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$

$\frac{7}{3} * 4 = \frac{7}{3} * \frac{4}{1} = \frac{28}{3}$

- **Divisão de fração:** Para entender como funciona a divisão teremos que aprender o conceito de *número inverso.*

Número inverso: o inverso de um número é aquele que, ao multiplicar pelo número, como resultado o número 1.

É mais fácil começarmos com as frações para entendermos isso.

Veja a fração $\frac{2}{3}$, definir seu inverso é simplesmente inverter o numerador e denominador de posição, então fica assim: $\frac{3}{2}$.

E veja que esse número obedece a definição que vimos acima, já que $\frac{2}{3} * \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$

Pois bem, e quando houver número inteiro? Ele não tem denominador.

Na verdade, tem; Lembre-se que o número 1 fica sempre escondido.

Para definir o inverso de 5, coloque o denominador 1 e faça a inversão.

$5 = \frac{5}{1} \rightarrow \frac{1}{5}$

$-10 = \frac{-10}{1} \rightarrow -\frac{1}{10}$

Tome nota: Mas se quiser fazer de uma forma mais direta, lembre-se apenas que o número inteiro vai para o denominador e o número 1 fica no numerador.

Inverso de 8 é $\frac{1}{8}$;

Inverso de -20 é $-\frac{1}{20}$

Feita essa observação, partimos para a regra da divisão de frações: *repetir a primeira fração e multiplicar pelo inverso da segunda fração.*

Multiplicar???
Siiim!!!
Mas pelo *inverso* da segunda fração.

Ex.:

$\frac{2}{3} \div \frac{5}{2}$ → A primeira fração a gente mantém da mesma forma. Iremos trocar o sinal de dividir pelo sinal de multiplicação e a fração $\frac{5}{2}$, vai ser trocada pelo seu inverso que é $\frac{2}{5}$

$\frac{2}{3} \div \frac{5}{2} = \frac{2}{3} * \frac{2}{5}$ → A partir daí, iremos usar a mesma regra que vimos na multiplicação de frações.

$\frac{2}{3} \div \frac{5}{2} = \frac{2}{3} * \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

Veja outros exemplos:

$\frac{7}{4} \div \frac{3}{5} = \frac{7}{4} * \frac{5}{3} = \frac{35}{12}$

$\frac{6}{5} \div 3 = \frac{6}{5} * \frac{1}{3} = \frac{6}{15}$

$9 \div \frac{1}{2} = \frac{9}{1} * \frac{2}{1} = \frac{18}{1} = 18$

- **Potenciação:** Iremos unir aqueles conceitos básicos de potenciação com números naturais, de regra de sinais da multiplicação e multiplicação de fração.

$(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$(\frac{2}{5})^3 = \frac{2}{5} * \frac{2}{5} * \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$

$(-\frac{3}{2})^2 = (-\frac{3}{2}) * (-\frac{3}{2}) = \frac{9}{4}$

Aqui, iremos acrescentar dois casos a mais, pois entra no “mundo dos números racionais”
Potenciação com expoente negativo: Devemos inverter a base e trocar o sinal do expoente.

Ex.:

2^{-1} → Já aprendemos a determinar o inverso de um número, seja fração ou número inteiro.

$2^{-1}=(\frac{1}{2})^1$ → sempre que fizer a inversão da base, o sinal do expoente de ficar positivo. Com isso, usamos os métodos descritos acima.

$2^{-1}=(\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{2}$

$5^{-3}=\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$

$(-10)^{-4}=\left(-\frac{1}{10}\right)^4 = \frac{1}{10000}$

$(\frac{3}{2})^{-2}=\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

$(-\frac{5}{4})^{-5}=\left(-\frac{4}{5}\right)^5 = \frac{1024}{3125}$

Potenciação com expoente fracionário: Iremos fazer uma relação da potenciação com sua operação oposta, a radiciação. Ao usar expoente em forma de fração, podemos trocar para a radiciação, veja esta forma genérica:

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ → perceba o padrão dessa transformação.
A base vira radicando.
O numerador vira expoente do radicando;
O denominador vira índice no radical;

Veja alguns exemplos:

$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4^1} = \sqrt{4} = 2$

$125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125^1} = \sqrt[3]{125} = 5$

$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$

- **Radiciação:** Conforme já havia observado, basta lembrar que potenciação e radiciação são inversas:

$\sqrt{(\frac{1}{4})} = \frac{1}{2}$ → perceba que há o sinal de parênteses, então o radical serve tanto para o numerador quanto para o denominador.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}$$

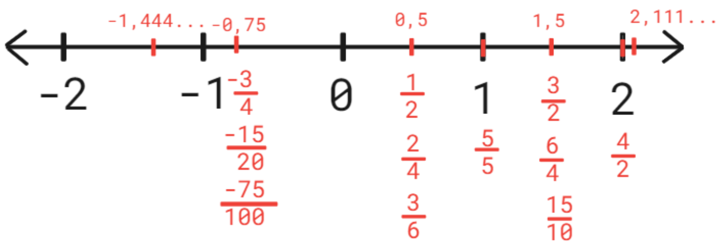
01.3.4 – Representação do conjunto dos números racionais

Já vimos no início das explicações desta parte, a representação geral do conjunto dos números racionais, relembre:

$$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b}, a\ e\ b\ \in Z, e\ b\ \neq 0\}$$

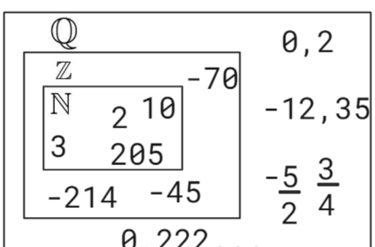
Reta numérica: Como já descobrimos, quando se trata do conjunto dos números racionais, o mesmo número pode ser descrito de infinitas formas, assim, um ponto na reta numérica dos números racionais também terá infinitas representações.

Veja um exemplo em um pequeno intervalo da reta:



Observe que aqui, que a gente consegue preencher novos espaços na reta numérica. Sendo que cada ponto tem várias representações, é por isso que não conseguimos fazer uma lista dos números racionais, pois mesmo um único número inteiro tem infinitas formas de ser escrito.

Diagrama:



Veja que os dois conjuntos vistos anteriormente, estão contidos nos números racionais.

01.4 – Conjunto dos números irracionais $\mathbb{I}$

Até aqui nos percebemos que cada novo conjunto que aprendemos temo como subconjunto o anterior. Porém, o conjunto dos números irracionais é um conjunto à parte de todas as definições que já conhecemos. Só para relembrar o conjunto dos números racionais são aqueles que podem ser representados em forma de fração (isso engloba o conjunto dos números inteiros e naturais). Usando um pouco o conhecimento de língua portuguesa, quando temos o prefixo "i" em uma palavra, seu sentido vira o oposto, sendo assim, os irracionais são todos aqueles que *não são racionais,* não segue a definição dita para o conjunto dos números racionais. **Resumindo: os números irracionais são todos aqueles que não podem ser escritos em forma de fração.** Outra maneira de compreendermos essa definição é: número que é infinito e que não há períodos que se repetem. Pelo fato de os números serem infinitos, teremos a reticência ao final.

Ex.: O número 0,123456789... é considerado um número irracional, pois, apesar de haver um padrão, não há uma parte que está sendo repetido.

Outro exemplo de número irracional pode ser 0,101001000100001000001000001... Percebe que estamos acrescentando zeros, mas não há repetições.

Um número irracional muito conhecido é a razão entre o comprimento pelo diâmetro de uma circunferência, essa razão para qualquer circunferência é aproximadamente ,31415926... esse número é muito usado no cálculo da área do círculo e volume da esfera, usamos um símbolo (π – pi).

Outros casos em que há a presença de números irracionais são para calcular a raízes não exatas. Por exemplo: $\sqrt{3}\ \cong 1{,}732050808\ldots$ lembre-se que temos o sinal de aproximadamente igual, pois $\sqrt{3}$ não tem um valor exato, há infinitas casas decimais após a vírgula. Em casos assim, geralmente usamos apenas o número $\sqrt{3}$ ou a aproximação de 2 ou 3 casas decimais.

Para determinar as raízes de números maiores, podemos fazer a fatoração do número e usar um processo que já aprendemos na radiciação de números naturais, podemos também deixar com o radical, confira:

$\sqrt{32}\ \cong 5{,}656854249\ldots$ Vamos representar de outra forma, através da fatoração.

$$\begin{array}{r|l}
32 & 2 \\
16 & 2 \\
8 & 2 \\
4 & 2 \\
2 & 2 \\
1 & 2^2 * 2^2 * 2
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\left.\begin{array}{l}\\ \\\end{array}\right] 2^2 \\
\left.\begin{array}{l}\\ \\\end{array}\right] 2^2 \\
\text{—}\ 2
\end{array}$$

Observe que, por estarmos buscando a raiz quadrada, agrupamos os fatores iguais de dois em dois, isso irá nos permitir fazer o cancelamento do índice com o expoente. Quem "sobrar", ficará dentro do radical.

$$\sqrt{32} = \sqrt{2^2 * 2^2 * 2} = 2 * 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

Vamos acompanhar outro caso: $\sqrt[3]{200}$

$$\begin{array}{r|l}
200 & 2 \\
100 & 2 \\
50 & 2 \\
25 & 5 \\
5 & 5
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\left.\begin{array}{l}\\ \\ \\\end{array}\right] 2^3 \\
\left.\begin{array}{l}\\ \\\end{array}\right] 5^2
\end{array}$$

Podemos agrupar o fator 2 com o expoente 3, vamos fazer a substituição.

$$\sqrt[3]{200} = \sqrt[3]{2^3 * 5^2} = 2\sqrt[3]{25}$$

01.4.1 – Operações com números irracionais

Vamos conferir como realizar algumas operações usando números irracionais.

Soma e subtração: Para somar ou subtrair nem sempre será possível determinar um único valor, nesse sentido, para somar por exemplo, $\sqrt{3}\ com\ \sqrt{2}$, basta apenas representarmos assim: $\sqrt{3}+\ \sqrt{2}$. O mesmo pode acontecer com a subtração, para subtrair esses mesmos dois números faremos o seguinte: $\sqrt{3}-\ \sqrt{2}$.

Multiplicação e divisão: Para essas duas operações, precisaremos observar o índice do radical, caso seja igual, poderemos unir os radicandos em um radical só e concluir a operação, acompanhe:

$$\sqrt{3} * \sqrt{2} = \sqrt{3 * 2} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{8} * \sqrt{2} = \sqrt{8 * 2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{27} \div \sqrt{3} = \sqrt{27 \div 3} = \sqrt{9} = 3$$

01.4.2 – Representação do conjunto dos números irracionais

Vamos retomar as as formas de representação do conjunto dos números numéricos. Não poderemos representar em forma de chaves como os seus elementos, pois também são infinitos. Lá no conjunto dos números racionais preenchemos algumas “brechas” que havia ficado do conjunto dos inteiros. Aqui iremos fazer algo semelhante, iremos precher os espaços com números irracionais.

Reta numérica:

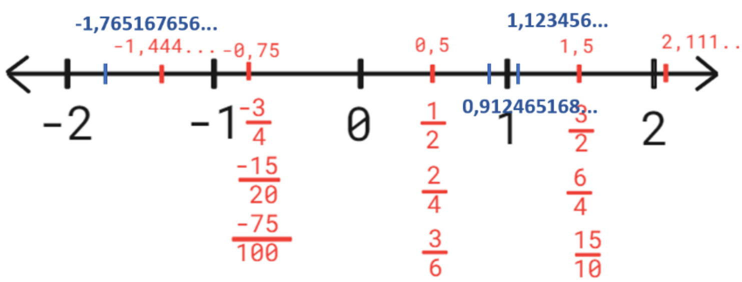
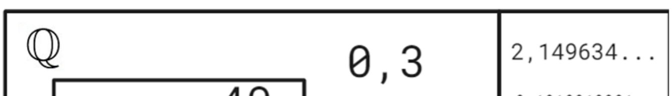
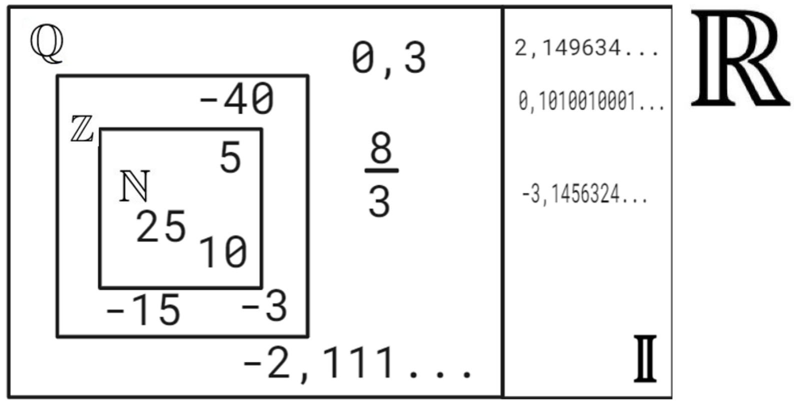


Diagrama: Como já foi dito, o conjunto dos números irracionais é um conjunto à parte do conjunto dos números racionais, então em diagrama fica assim:



01.5 – Conjunto dos números reais

Este conjunto numérico simplesmente engloba todos os conjuntos numéricos já vistos anteriormente, sendo assim, todas as regras, operações vistas separadamente são válidas aqui. A representação na reta numérica e em diagrama será a mesma, apenas complementando com o símbolo dos números reais.



01.6 – Propriedades da potenciação

A potenciação tem algumas propriedades importantes a serem seguidas que pode facilitar alguns cálculos e também é critério para alguns assuntos que serão vistos no próximo capítulo. Acompanhe:

1 – Multiplicação de potência de bases iguais: repete-se a base e soma-se os expoentes.

Forma geral: $a^m * a^n = a^{m+n}$

Ex.: $4^2 * 4^3 = 4^{2+3} = 4^7$

2 – Divisão de potência de bases iguais: repete-se a base e subtrai-se os expoentes.

Forma geral: $a^m \div a^n = a^{m-n}$

Ex.: $10^6 \div 10^2 = 10^{6-2} = 10^4$

3 – Potência de potência: repete-se a base e multiplica-se os expoentes:

Forma geral: $(a^m)^n = a^{m*n}$

Ex.: $(2^3)^2 = 2^{3*2} = 2^6$

Tome nota: $(2^3)^2 = (2^2)^3$

4 – Multiplicação de potência de mesmo expoente: multiplica-se a base e repete-se o expoente.

Forma geral: $\boxed{a^m * b^m = (a*b)^m}$

Ex: $3^2 * 7^2 = (3*7)^2 = 21^2$

5 – Divisão de potência de mesmo expoente: divide-se a base e repete-se o expoente.

Forma geral: $\boxed{a^m \div b^m = (a\div b)^m}$

Ex.: $15^3 \div 5^3 = (15\div 5)^3 = 3^3$

01.7 – SIMULADO

01 - SETA - 2018 - Câmara de Ferraz de Vasconcelos - SP - Assistente Técnico Legislativo
Qual é o número inteiro cuja soma com o seu sucessor é 83?

A) 45
B) 44
C) 43
D) 42
E) 41

02 - OMNI - 2021 - Prefeitura de Presidente Nereu - SC - Recreadora

Encontre um número cujo triplo multiplicado por 8 é igual a 1368 . Esse número é:

A) 356
B) 57
C) 243
D) 69

03 - INSTITUTO AOCP - 2016 - CASAN - Arquiteto -
Certo número Q é tal que seu quadrado é igual ao seu quíntuplo. Dessa forma, Q é igual a

A) apenas 5
B) apenas 7
C) 0 e 7
D) 5 e 7
E) 0 e 5

04 - IDIB - 2018 - Prefeitura de Campos Sales - CE - Professor Fundamental II - Matemática
Calcule o valor de $\sqrt{2^4 * 3^2 * 5^2}$.

A) 1
B) 25
C) 50
D) 60

05 - ABCP - 2020 - Prefeitura de Bom Jesus dos Perdões - SP - Advogado
Se um número natural x é um número primo, conclui-se que ele é divisível:

A) Apenas por x e por 1
B) Apenas por x e por 0
C) Por qualquer número ímpar.
D) Por qualquer número par.

06 - FUNDATEC - 2019 - Prefeitura de Foz do Iguaçu - PR - Psicólogo Educacional Júnior
O número de divisores inteiros positivos do número 72 é:
A) 2
B) 6
C) 12
D) 24
E) 36

07 - UEPB - 2020 - Câmara de Cabedelo - PB - Auxiliar Legislativo
A decomposição do número 360 em fatores primos é:

A) 5 x 8 x 9
B) $2^4 \times 3^3 \times 5$
C) $2^2 \times 3 \times 5 \times 6$
D) $2^6 \times 3^2 \times 5$
E) $2^3 \times 3^2 \times 5$

08 - FUNDATEC - 2020 - Câmara de Imbé - RS - Telefonista Recepcionista
Alisson foi ao médico, pois estava sentindo dores de garganta. Recebeu dois remédios para fazer um tratamento de sete dias. Um dos remédios é para ser tomado de 6 em 6 horas e o outro de 4 em 4 horas. Ele tomou os dois juntos as 09:00. Quando irá tomá-los juntos novamente?

A) Às 09:00 do outro dia
B) Às 21:00 do mesmo dia
C) Às 21:00 do outro dia
D) Às 15:00 do mesmo dia

09 - CPCON - 2021 - Prefeitura de Areial - PB - Professor B - Matemática

O gerente de uma loja de aparelhos eletrônicos, apaixonado por matemática, propõe que o preço de um determinado celular seja dado em reais pela expressão mdc (36,42) * mmc (36,42).
Neste caso, é CORRETO afirmar que o valor do celular, em reais, é igual a:

A) R$ 1,812,00
B) R$ 1,612,00
C) R$ 1,712,00
D) R$ 2,112,00
E) R$ 1,512,00

10 - FUNDATEC - 2020 - Câmara de Imbé - RS - Auxiliar de Serviços Gerais
O resultado da seguinte expressão: {28 –[24 ÷ (14 –10)]} é igual a:

A) 22
B) 18
C) 14
D) 10
E) 4

11 - GSA CONCURSOS - 2019 - Prefeitura de Saltinho - SC - Técnico em Enfermagem
As expressões matemáticas $(4 + 5 \times 8 - 6)$ e $(4 + 5) \times (8 - 6)$, apresentam com resultado respectivamente:

A) 38 e 18
B) 66 e 16
C) 38 e 16
D) 66 e 18
E) 44 e 22

12 - FUNDATEC - 2020 - Câmara de Imbé - RS - Auxiliar Administrativo
A idade de Sérgio é igual à raiz quadrada de 225. A idade de seu pai é igual ao quadrado de 6 mais a idade de Sérgio. Qual a idade do pai de Sérgio?

A) 27
B) 36
C) 43
D) 51
E) 64

13 - Aprender - SC - 2019 - Prefeitura de Erval Velho - SC - Psicólogo
O valor final da expressão abaixo é:
$10 + 2^3 \div 4 + \sqrt{81} - 2$

A) 12
B) 19
C) 21
D) 25

14 - FUNDATEC - 2020 - Prefeitura de Bagé - RS - Professor de Matemática
O valor da expressão numérica $\sqrt{9} + \sqrt[3]{27} + \sqrt[4]{16} + \sqrt[5]{32}$ é:

A) 7
B) 8
C) 9
D) 10
E) 11

15 - FUNDATEC - 2021 - Prefeitura de Vacaria - RS - Auxiliar de Serviços Especializados
O resultado obtido ao efetuarmos $7 + 3 \times 4 - 5$ é:
Alternativas

A) 14.
B) 20.
C) 24.
D) 35.
E) 45.

16 - FUNDATEC - 2021 - Prefeitura de Candelária - RS - Técnico de Enfermagem - SAMU
A alternativa que apresenta uma decomposição de fatores primos é:
Alternativas

a) 2x4x6.
b) 3x9x15.
c) 3x6x9.
d) 2x3x5.
e) 2x6x7.

17 - Quadrix - 2021 - CRBio-6ª Região - Auxiliar de Serviços Gerais
Um casal, Júlia e Márcio, recebe um salário fixo mensal e rendimentos diários provenientes de investimentos. Júlia ganha R$ 6.000,00 por mês e tem um rendimento de R$ 15,00 por dia, enquanto Márcio ganha R$ 5.550,00 mensalmente e tem um rendimento de R$ 30,00 por dia.
Com base nessa situação hipotética, assinale a alternativa correta.
Alternativas

A) Os divisores naturais do número que representa o rendimento diário de Júlia são 1, 3 e 5.
B) Os divisores naturais do número que representa o rendimento diário de Márcio são 1, 2, 3, 5, 6, 10 e 15.
C) Os divisores naturais do número que representa o rendimento diário de Júlia são 3, 5 e 15.
D) O número que representa o salário fixo mensal de Júlia pode ser escrito como $2^4 \times 3 \times 5^3$.
E) O número que representa o salário fixo mensal de Márcio pode ser escrito como $2 \times 3 \times 5 \times 37$.

18 - Quadrix - 2021 - CRBio-6ª Região - Auxiliar de Serviços Gerais
Assinale a alternativa correta.
Alternativas

A) O resto da divisão de 2.021 por 12 é igual a 5.
B) O maior múltiplo comum de 5 e 12 é 60.
C) 2.021 é um número primo.
D) Os divisores inteiros de 12 são 1, 2, 3, 4, 6 e 12.
E) 12% de 5% é menor que 5% de 12%.

19 - FGV - 2021 - Câmara de Aracaju - SE - Assistente Administrativo
O resultado da operação 4 + 2 × 4 – 2 é:
Alternativas
A) 24;
B) 22;
C) 12;
D) 10;
E) 8.

20 - IBFC - 2021 - MGS - Cargos de Nível Fundamental Completo
O número 2358 foi dividido pelo número x e obteve-se o resultado 98 com resto igual a 6. Nessas circunstâncias, assinale a alternativa que apresenta a soma dos algarismos do número x:
Alternativas
A) 5
B) 6
C) 7
D) 8

21 - Avança SP - 2021 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP - Auxiliar Administrativo
O professor de uma escola precisa dividir uma turma de alunos em grupos, de modo que cada grupo tenha a mesma quantidade de alunos. Nessa turma temos 24 alunas e 16 alunos. Quantos integrantes terá cada grupo?
Alternativas
A) 3 integrantes.
B) 6 integrantes.
C) 7 integrantes.
D) 8 integrantes.
E) 9 integrantes.

22 - Avança SP - 2021 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP - Inspetor de Alunos
Dentro do conjunto de números naturais { 0, 4, 9, 18, 20, 99 }, indique qual conjunto resulta somente em múltiplos de 9:
Alternativas
A) { 0, 4, 18, 99 }
B) { 0, 9, 20, 99 }
C) { 0, 4, 20, 99 }
D) { 4, 9, 18, 99 }
E) { 0, 9, 18, 99 }

23 - OMINI - 2021 - Prefeitura de Aspásia - SP - Professor Educação I - PEB I
Números primos, são números naturais, que são divisíveis por dois números, também naturais, ele mesmo e o número 1. Sabendo disso, marque a opção CORRETA em relação aos números primos.
Alternativas
A) Os únicos números primos e pares são os números 2 e 6.
B) O menor número natural e primo é o número 1.
C) Os únicos números consecutivos e primos são os números 2 e 3.
D) O número 21 é primo.

24 - NBS - 2018 - Prefeitura de Lagoa Vermelha - RS - Advogado -

Indique nas assertivas abaixo, aquela em que ao dividirmos por 4, temos como resultado um número primo:
Alternativas

A) 92
B) 96
C) 100
D) 104

25 - ABCP - 2020 - Prefeitura de Bom Jesus dos Perdões - SP - Assistente Social

Assinale a alternativa que apresenta um número primo.

A) 9
B) 13
C) 14
D) 225

26 - IBGP - 2021 - Prefeitura de São João del Rei - MG - Auxiliar de Saúde Bucal ESF

Calculando a expressão (- 18) + (+7), obtém-se o resultado de:

Alternativas

A) -11.
B) -25.
C) 11.
D) 25.

27 - FGV - 2021 - IMBEL - Cargos de Nível Fundamental - Reaplicação

O triplo do sucessor de 12 é antecessor de

Alternativas

A) 32.
B) 34.
C) 38.
D) 39.
E) 40.

28 - FGV - 2021 - IMBEL - Cargos de Nível Fundamental - Reaplicação

Alberto pensou em um número natural e a seguir fez as seguintes operações em sequência com o número pensado:

• Somou 13;

• Dividiu o resultado por 7;

• Subtraiu 9.

O resultado encontrado por Alberto foi 11.

A soma dos algarismos do número que Alberto pensou é

Alternativas

A) 13.
B) 12.
C) 11.
D) 10.
E) 9.

29 - Prefeitura de Balneário Barra do Sul - Prefeitura de Balneário Barra do Sul - Calceteiro - 2021
Coloque os números inteiros em ordem do menor para o maior:

-2	**-5**	**-9**	**5**

A) 5, -9, -5, -2
B) -2, -5, -9, 5
C) -9, -5, -2, 5
D) Nenhuma das alternativas.

30 - Quadrix - CRM MS - Auxiliar Administrativo - 2021

Após sensação térmica de –4 °C, Mato Grosso do Sul tem previsão de 40 °C nesta segunda

Temperaturas voltaram a subir após frio histórico no estado.

Considerando-se apenas as temperaturas exibidas na manchete acima, é correto afirmar que, no Mato Grosso do Sul, ocorreu uma variação de temperatura (diferença entre a maior e a menor) de

A) 36 °C.
B) 40 °C.
C) 42 °C.
D) 44 °C.
E) 46 °C.

31 - FUNDATEC - Câmara de Imbé - Oficial Administrativo - 2020
Durante o inverno de determinada cidade, o termômetro marcou -18ºC. Se a temperatura descer mais 13 graus, quantos graus o termômetro da cidade irá marcar?

A) -5º
B) 5º
C) 31º
D) -31º
E) 0º

32 - Qual é a raiz cúbica de 5832?

A) -12
B) 17
C) -18
D) 18

33 - OMNI - Prefeitura de Guzolândia - Escriturário - 2021
Em uma raiz quadrada, podemos classifica-las de duas formas: A raiz é um número inteiro, e neste caso o número têm raiz exata; no caso de a raiz não ter solução, o número não é nem racional. Dessa forma, marque a opção abaixo que NÃO pode ser classificada como um número inteiro.

A) $\sqrt{441}$.
B) $\sqrt{4900}$.
C) $\sqrt{2450}$.
D) $\sqrt{1089}$.

34 - IBFC - MGS - Auxiliar Administrativo - 2019

Dentre as alternativas, a única **incorreta** é:

A) o elemento neutro da multiplicação de números inteiros é o número 1
B) o elemento simétrico da adição de números inteiros é o número 0
C) o conjunto {-4, -2, -1, +1, +2, +4} representa o conjunto de todos os divisores inteiros do número 4
D) o conjunto de todos os múltiplos inteiros do número 4 é infinito.

35 - Quadrix - 2021 - CRT-01 - Assistente Administrativo

Se hoje é um sábado, então daqui a 2.021 dias será uma

Alternativas

A) segunda-feira.
B) terça-feira.
C) quarta-feira.
D) quinta-feira.
E) sexta-feira.

36 - AEVSF/FACAPE - 2021 - Prefeitura de Petrolina - PE - Professor Substituto Ensino Fundamental - Anos Iniciais

Quatro estudantes de uma turma do ensino fundamental vão dividir igualmente entre eles a despesa que tiveram na compra de material para fazerem um trabalho da escola. Sabendo que o valor total da compra foi R$ 89,76, caberá a cada estudante a quantia de:

Alternativas

A) R$ 22,44
B) R$ 21,40
C) R$ 20,44
D) R$ 21,45
E) R$ 20,24

37 - IF-TO - 2017 - IF-TO - Professor - Matemática

Dividindo 23 por 37, o 101º algarismo da expansão decimal que aparece após a vírgula é:

Alternativas

A) 1
B) 6
C) 4
D) 2
E) 0

38 - FUNDATEC - 2021 - Prefeitura de Candelária - RS - Almoxarife

Analise a expressão abaixo:
1020 ÷ (12/2 × (5 × 5) − (6 + 8))
Qual seu resultado final?

Alternativas

A) 6,71.
B) 7,13.
C) 7,5.
D) 15,45.
E) 143.

39 - Instituto UniFil - 2020 - Prefeitura de Luiziana - PR - Agente Vigilância e Epidemiologia

Assinale a alternativa que apresenta o número racional equivalente ao resultado da expressão numérica:

(2/5 + 2/7) ÷ 6/7

Alternativas

A) 2/5
B) 2/7
C) 4/5
D) 3/7

40 - FURB - 2019 - Prefeitura de Porto Belo - SC - Professor - Matemática

O código PIN é utilizado para proteger os celulares de uso indevido. Se essa função estiver ativa, sempre que o celular for ligado, deve-se digitar o código para conseguir usá-lo. Ana cadastrou esse código de modo que a sequência dos 4 algarismos, se fosse esquecida, pudesse ser acessada a $\dfrac{\frac{2}{3}\cdot(2^3+\sqrt{4624})}{\frac{1}{30}}$ ressão:

Pode-se afirmar que o código PIN do celular de Ana é um número:

Alternativas

A) Múltiplo de 5.
B) Múltiplo de 3.
C) Múltiplo de 7.
D) Primo.
E) Ímpar.

41 - IDCAP - 2020 - SAAE de Ibiraçu - ES - Técnico Químico

Qual é o valor da solução (S) da expressão abaixo?

$$3\,\frac{5}{3} - \sqrt[3]{27} + \left(\frac{3}{2} - 5^2\right) + \sqrt{144} =$$

Alternativas

A) S = 8,5.
B) S = 12.
C) S = - 9,5.
D) S = 19.
E) S = - 59.

42 - GS Assessoria e Concursos - 2021 - Prefeitura de Jardinópolis - SC - Psicólogo

Observe as expressões numéricas:

x) $9 \cdot (6 + 2) =$

y) $4.\ (3^2 + 1)=$

z)$48{:}\ 8{:}\ (3 \cdot 1) - 1$

Qual valor da expressão: $x + y - z$

Alternativas

A) 96
B) 111
C) 134
D) 87

43 - UEG - 2021 - UEG - Processo Seletivo UEG

A expressão $\dfrac{1000^0 + \frac{1}{1+1000^0}}{1 + \frac{1}{1000^0 + \frac{1}{1+1}}} : \left[2 + \left(\frac{3}{2}\right)^0 + \frac{3}{2}\right]$ tem resultado

Alternativas

A) 2/21
B) 1/7
C) 1/5
D) 2/27
E) 1/14

01.8 – GABARITO

01 – E	**11 – A**	**21 – D**	**31 – D**	**41 – C**
02 – B	**12 – D**	**22 – E**	**32 – D**	**42 – B**
03 – E	**13 – B**	**23 – C**	**33 – C**	**43 – C**
04 – D	**14 – D**	**24 – A**	**34 – B**	
05 – A	**15 – A**	**25 – B**	**35 – D**	
07 – E	**16 – D**	**26 - A**	**36 - A**	
08 – B	**17 – D**	**27 – A**	**37 – D**	
09 – E	**18 – A**	**28 – D**	**38 – D**	
10 – A	**19 – D**	**29 – C**	**39 – C**	
	20 – B	**30 - D**	**40 – A**	

02 – EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

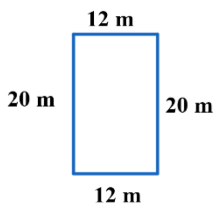
02.1 – Expressões algébricas – Definição

No capítulo anterior fomos apresentados ao mundo dos números e suas operações. A partir de agora, iremos expandir essas ideias, porém, envolvendo novos contextos. Quando falamos em expressões algébricas, iremos unir as operações com números e *letras.* Muitos estudantes de matemática desanimam quando chegam nessa parte por acharem muito complicado. Mas vamos compreender isso passo a passo.

Outro fato importante é que, os conhecimentos algébricos podem ser utilizados junto com outros temas (geometria, grandezas e medidas), então é importante saber fazer a relação entre os assuntos.

Irei utilizar alguns termos bem gerais sobre geometria, pois como disse, os temas se interligam. Mas no próximo capítulo será especificamente sobre a geometria, então vamos lá.

Imagine uma praça no formato retangular com as seguintes medidas:



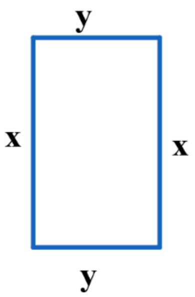
Definimos com *perímetro (P)* a soma do contorno dos lados de uma figura. No caso do retângulo o perímetro seria:

P = 12 + 20 + 12 + 20
P = 64 m

Então nesta praça temos um perímetro de 64 m.

Mas digamos que não sabemos quais são os lados da medida do contorno? Como representar esse perímetro? Aí entra as expressões algébricas, pois usaremos letras para representar valores que não conhecemos. Pode ser qualquer letra do alfabeto minúscula (as letras mais comuns de serem usadas são **x, y, z, a, b, c...)**

Vamos usar o mesmo retângulo, mas dessa vez usaremos letras para representar os lados.



Por ser um retângulo, os lados opostos são os mesmos.
Utilizando a ideia do perímetro apresentada acima, neste caso teríamos o seguinte:

P = x + x + y + y

Aqui, precisamos ter certos cuidados para quando tivermos fazendo operações com letras. Observe as letras "x", temos "x + x", é uma soma. Pense: "temos um x somado a um x", então temos 2x "dois xis". O mesmo ocorre com as letras "y", no fim vamos ter 2y "dois ípsilon"

Então no caso do retângulo acima a representação do perímetro utilizando a forma algébrica fica assim:

P = 2x + 2y

Onde as letras x e y estão substituindo algum número.

Veja um outro caso, com um quadrado.

Um quadro tem todos os lados iguais, para determinar sua área, podemos simplesmente elevar o valor do lado ao quadrado.

$A = 10^2$

Mas imagine que não temos o valor deste lado. Mas tivemos a seguinte informação:

a

Sabemos apenas que o lado vale “a”, iremos aplicar a mesma forma de determinar a área e teremos apenas:

A = a^2

Pois é o lado elevado ao quadrado.

Veja outras de expressões algébricas:

$3x^2$; $4ab^3$; $9ya^2b$; $3a + 2c$; $2x^2 - 9x + 2$

As letras estão apenas “ocupando” o lugar de algum número.

Tome nota: a expressão $3x^2$

É a mesma coisa que $3*x^2$ “três vezes xis ao quadrado”. Temos uma operação de multiplicação envolvendo o número três e a letra x. É preciso ficar atento, pois o sinal de multiplicação não costuma aparecer, mas ele estará “escondido”.

02.1.1 - Linguagem usual x linguagem algébrica

Um dos grandes desafios de quem vai resolver questões de matemática é a interpretação. Pois não consegue entender os comandos. Existe muitas palavras e termos do português (linguagem usual) que pode ser reescrito em forma simbólica (linguagem matemática e/ou algébrica).

Linguagem usual	Linguagem matemática
O dobro de dez	2 * 10
O tripo de cinco	3 * 5
Nove mais quatro	9 + 4
A metade de 20	$\frac{20}{2}$ (metade é dividir por 2)
A terça parte de 15	$\frac{15}{3}$ (terça parte é dividir por 3)

Como neste capítulo estamos falando de expressões algébricas, também terá casos que precisaremos usar letras para fazer estra transformação. Elas serão usadas para ocupar lugar de números que não sabemos quais são.

Ex.: **o dobro de um número.**

Como vimos na tabela acima, o dobro é multiplicar por 2. Mas não sabemos qual número precisa ser dobrado, então colocamos uma letra para representa-lo (x, y, z...), ficando assim:

2 * x ou apenas 2x

Veja outras transformações:

Linguagem usual	Linguagem algébrica
O triplo de um número	3x
O quádruplo de um número	4y
A metade de um número	$\frac{x}{2}$
A terça parte de um número mais oito	$\frac{a}{3} + 8$
O quadrado de um número menos o seu dobro	x^2 - 2x

02.2 – Expressões algébricas equivalentes

A palavra equivalente trás a ideia de igualdade, ou seja, são expressões algébricas que representam o mesmo valor. Veja:

3x + 5x =

É o mesmo que

$$\underbrace{x + x + x}_{3x} + \underbrace{x + x + x + x + x}_{5x} = 8x$$

É o mesmo que somarmos maçãs. 3 maçãs mais 5 maçãs são 8 maçãs.

10a + 12a = 22a

20z – 6z = 14z

3 * 5a = 15a

Em outros casos, precisamos utilizar a propriedade distributiva, veja:

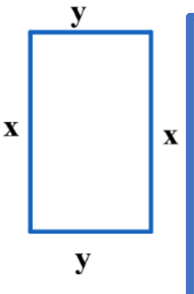
3 * (2a + 4)

O número 3 deverá ser multiplicado com todo mundo que estiver dentro dos parênteses.

$$3 * (2a + 4) = (3*2a) + (3*4) = 6a + 12$$

02.3 – Valor numérico das expressões algébricas

Como já foi dito, mas vale a pena relembrar, as letras servem para substituir números, ou “guardar lugar”. Vamos voltar àqueles exemplos envolvendo retângulos. Veja este esquema:



A expressão algébrica que representa o perímetro da figura é: **P = 2x + 2y**

Se adotarmos algum valor para x ou y, teremos então como calcular o valor numérico dessa expressão algébrica. Iremos substituir os valores e determinar o resultado

Se: x = 10 e y = 6

P = 2*10 + 2*6
P = 20 + 12
P = 32

Ou seja, para a expressão algébrica **2x + 2y,** se usarmos x = 10 e y = 6 teremos como valor numérico o número 22.

Se determinarmos outros valores para x e/ou y, certamente o valor irá mudar.

Usando a mesma expressão algébrica acima, se: x = 14 e y = 8

P = 2*14 + 2*8
P = 28 + 16
P = 44

Veja outros casos:

Vamos determinar o valor numérico da expressão algébrica **$x^2 + 2x$**.

Com x = 6
$x^2 + 2x$
$6^2 + 2*6$
36 + 12
48

Com x = 4
$x^2 + 2x$
$4^2 + 2*4$
16 + 8
24

Com x = -5
$x^2 + 2x$
$(-5)^2 + 2*(-5)$
25 -10
15

Com x = 0
$x^2 + 2x$
$0^2 + 2*0$
0 + 0
0

Utilizando a expressão algébrica **a^3 - 3b**

Com: a = 2 e b = 5
a^3 - 3b
2^3 - 3*5
8 – 15
-7

Com: a = -8 e b = 3
a^3 - 3b
$(-8)^3$ - 3* (-3)
512 +9
521

Portanto, ao termos uma expressão algébrica e soubermos o valor de alguma das letras, podemos fazer a substituição e determinar o resultado.

Toma nota: existem alguns casos em que não podemos usar algum número no lugar das letras, como por exemplo.

$\frac{1}{x}$;

Não há problemas substituir o x por 2, ou 3... Mas aqui não podemos utilizar o número 0 (zero), pois não existe divisão por zero, então faremos a seguinte indicação.

$\frac{1}{x}; x \neq 0$ Podemos utilizar qualquer número, desde que não seja zero.

QUESTÃO COMENTADA

MS CONCURSOS - 2016 - Prefeitura de Mozarlândia - GO - Agente de Fiscalização Municipal

Qual dos seguintes valores x deve assumir a fim de que a expressão $x^2 : x^3$ tenha o menor valor?

Alternativas

a) – 1
b) – 2
c) 1
d) 2

Nessa questão podemos simplesmente fazer a troca de ***x*** *pelos valores apresentados nas alternativas e comparar os valores dos resultados.*

Se x = -1
$(-1)^2 : (-1)^3 = 1 : (-1) =$ ***-1***

Se x = -2
$(-2)^2 : (-2)^3 = 4 : (-8) =$ ***-0,5 (já eliminamos a letra B. pois -1 < 0,5)***

Se x = 1
$1^2 : 1^3 = 1 : 1 =$ ***1 (Permanece letra A)***

Se x = 2
$2^2 : 2^3 = 4 : 8 = 0,5$

ALTERNATIVA A

02.4 - Polinômios

02.4.1 - Monômios

Os monômios são os casos mais simples ou são as “partículas” dos polinômios. Para termos um monômio veremos um número (chamado de coeficiente) que estará multiplicando uma ou mais letras (chamado de parte literal).

$2a$ — Coeficiente = 2; Parte literal = a

$4xy^2$ — Coeficiente = 4; Parte literal = xy^2

$-10a^2bc^3$ — Coeficiente = -10; Parte literal = a^2bc^3

Faço novamente a observação de antes: mesmo que não apareça o sinal de multiplicação, ele está presente entre os termos, no segundo exemplo é como se tivéssemos: $4*x*y^2$; no último seria: $-10*a^2*b*c^2$.

Tome nota: quando em um monômio tiver apenas a presença da parte literal, ou seja, não vermos um número é sinal de que o coeficiente é o número 1. É mais um caso de que o número não pode aparecer.

x^2 é o mesmo que $1x^2$;

ab é o mesmo que $1ab$

Monômios semelhantes

Encontraremos dois monômios semelhantes quando eles possuírem a *parte literal* igual (letra e expoente), não importa se os coeficientes forem diferentes. Nossa visão tem que se direcionar para as letras.

Ex:

Os monômios $2a^2$ é semelhante a $7a^2$, pois suas partes literais (a^2) é a mesma.

Os monômios $10xy$ é semelhante a $-8xy$ pois eles têm as mesmas partes literais (xy).

É preciso ter cuidado com os expoentes, pois eles também precisam ser iguais, como no caso de $3x^2$ e $3x^3$, observe que estamos vendo a mesma letra, porém os expoentes são diferentes, isso significa que são *monômios não semelhantes.*

Redução de monômios semelhantes

Se em uma expressão algébrica encontrarmos monômios semelhantes podemos reduzi-los (somar ou subtrair). Entraremos no mesmo caso se expressões equivalentes.

$3x^2 + 9x^2 = 12x^2$

$ab - 5ab = -4ab$

$-10xy^2 - 8xy^2 = -18xy^2$

$10z + 2z^2$ (não podemos reduzir, pois não são semelhantes)

02.4.2 – Binômios, trinômios e polinômios

Quando temos apenas um monômio, dizemos que temos apenas *um termo*. Quando juntamos mais termos seja somando ou subtraindo teremos outros nomes, a nomenclatura dependerá da quantidade de termos. Aqui será simplesmente uma análise, veja:

N° de termos	Nome	Exemplos
1	Monômio	$3a$; $4x^2$; $-10d$
2	Binômio	$2z+a$; $4x-y^2$; $\frac{x}{4}-8$
3	Trinômio	x^2-2x+1;
4 ou mais	Polinômio	$2a + 4b - 3c^2 + 1$; $4x + 3x^2 - y + 8$

Redução de termos semelhantes

Veja que o que separa um termo de outro são os sinais de adição ou subtração, e para cada um dos casos em que há mais de um termo, os termos são não semelhantes, pois se forem, eles podem ser reduzidos, veja este caso:

$3x^2 + 2y + x^2$

Aparentemente temos três temos, poderíamos chamar de trinômio. Mas perceba que $3x^2$ e x^2 são semelhantes, então podemos deixá-los lado a lado:

$3x^2 + x^2 + 2y$

$4x^2 + 2y$ (esta é a forma reduzida o que acaba sendo um binômio, pois sobraram dois termos não semelhantes)

Veja outros casos:

$3ab + 2b + 3 - ab + 5 + 7b$

Perceba que há vários termos semelhantes "espalhados", o primeiro passo a fazer é juntá-los e então fazer as reduções necessárias.

$3ab - ab + 2b + 7b + 3 + 5$ (ao reorganizar os termos, precisamos levar o sinal que está à sua frente)

$2ab + 9b + 8$ sobraram 3 termos, temos então um trinômio.

02.5 – Grau de um polinômio

O grau de um polinômio será determinado pelo termo *que tem a maior soma dos expoentes.*

Vejamos com um monômio:

$3a^2 \rightarrow$ temos apenas um termo e o expoente da parte literal é 2, logo, é um monômio do 2° grau.

$4x^2y^3 \rightarrow$ também temos um monômio, mas temos duas variáveis na parte literal, precisaremos então realizar a soma desses expoentes, $2 + 3 = 5$, então é um monômio do 5° grau.

Tome nota: quando não houver algum número representando o expoente é porque temos o número 1 "escondido".

$3x$ é como se fosse $3x^1$ então é do primeiro grau.

$3ab^2 \rightarrow$ temos o expoente 1 e o expoente 2, fazendo a soma concluímos que é do 3° grau.

Quando tivermos mais termos, iremos analisar quais desses termos possui a maior soma de expoentes, e com isso, determinar o grau do polinômio.

$2x^2+4ab^2$ → temos dois termos, no primeiro ($2x^2$), temos o expoente 2. No segundo termo ($4ab^2$), a soma desses expoentes resultará em 3 (que é maior que o primeiro termo), logo este é um binômio do 3° grau.

$4x + xy – 5y$ → a maior soma de expoente está no segundo termo, que é 2. Então é um trinômio do 2° grau.

Tome nota: quando tiver um número sozinho, como por exemplo: 4. Dizemos que é monômio de grau zero, pois 4 é o mesmo que $4x^0$. Assim como o grau de -10 é zero, pois é o mesmo que $-10x^0$.

02.6 – Operações com polinômios

02.6.1 – Adição e subtração

Adição e subtração de monômios

Geralmente as formas de adicionar ou subtrair são bem semelhantes, mudando claro, a operação em si. Mas a ideia é a mesma. Vamos começar dos casos mais básicos. No fim das contas, já sabemos fazer essas operações, pois adicionar ou subtrair é simplesmente fazer reduções. Só precisa ficar atento ao fato de que poderemos somar ou subtrair apenas monômios que sejam semelhantes (mesma parte literal).

Ex.: temos o monômio $3x^2$ e o monômios $5x^2$, eles têm a mesma parte literal, portanto, são semelhantes.

Soma: $3x^2 + 5x^2 = 8x^2$

Subtração: $3x^2 - 5x^2 = -2x^2$

Veja outros exemplos:

$4ab + 10ab = 14ab$

$15y^2 - 10y^2 - 4y^2 = y^2$

Adição e subtração de polinômios

De forma geral, irei chamar de polinômio mesmo os que tiverem dois ou três termos. Como já citei acima, somar ou subtrair é o mesmo que fazer reduções dos termos semelhantes, quando envolver vários termos temos que ter cuidado para fazer a operação apenas com os que são semelhantes.

Vamos chamar de o polinômio $2x^2 + 4x$ de A, ou seja: $A = 2x^2 + 4x$. E o polinômio $5x^2 - 2x$ de B, então $B = 5x^2 -2x$.

Ao fazer a soma entre A e B, temos o seguinte:

A + B → Vamos substituir cada letra pelos seus respectivos polinômios. Irei colocar entre parênteses para ficar organizado.

$(2x^2 + 4x) + (5x^2 - 2x)$ → o próximo passo é eliminar dos parênteses. Entre os polinômios temos a operação de adição, então é como se ele multiplicasse por cada termo do polinômio B, e por ser adição, o sinal não será alterado. Então teremos o seguinte:

$2x^2 + 4x + 5x^2 - 2x \rightarrow$ a partir daqui, iremos reagrupar aqueles que sejam semelhantes.

$2x^2 + 5x^2 + 4x - 2x \rightarrow$ agora só precisamos somar ou subtrair os semelhantes.

$7x^2 + 2x \rightarrow$ eis o resultado da soma.

Vejamos outro exemplo:

$A = -2x^3 + 4y - 3$

$B = 9x^3 - y^2 + 8$

$A + B = (-2x^3 + 4y - 3) + (9x^3 - y^2 + 8)$

$A + B = -2x^3 + 4y - 3 + 9x^3 - y^2 + 8$

$A + B = -2x^3 + 9x^3 - y^2 + 4y - 3 + 8$

$A + B = 7x^3 - y^2 + 4y + 5$

Tivemos que repetir os termos $- y^2$ e $4y$, pois não são semelhantes.

Para subtrair, a ideia é a mesma. Você apenas precisa ter cuidado na hora de retirar o segundo polinômio dos parênteses, pois assim como o sinal de adição, o sinal de subtração irá multiplicar com todo mundo que está dentro dos parênteses, o aqui teremos que fazer a inversão dos sinais de todo mundo que está lá dentro. (é como se multiplicássemos por -1).

$A = 5a^2 - 4$

$B = 7a^2 + 5$

$-1\,(7a^2 + 5) = -7a^2 - 5$

$A - B = (5a^2 - 4) - (7a^2 + 5)$

$A - B = 5a^2 - 4 - 7a^2 - 5$

$A - B = 5a^2 - 7a^2 - 4 - 5$

$A - B = -2a^2 - 9$

$C = 12b^5 - 5a + 10$

$D = 3b^2 - 12a + 10$

$C - D = (12b^5 - 5a + 10) - (3b^2 - 12a + 10)$

$C - D = 12b^5 - 5a + 10 - 3b^2 + 12a - 10$

$C - D = 12b^5 - 3b^2 - 5a + 12a + 10 - 10$

$C - D = 12b^5 - 3b^2 + 7a$

Ao somar + 10 – 10 temos zero como resultado, e por isso não precisa aparecer.

02.6.2 – Multiplicação

Multiplicação entre monômios

Assim como no caso da adição e subtração, vamos começar devagar, com monômios. Aqui, teremos grandes diferenças em relação às operações anteriores. Pois para a adição/subtração poderíamos fazer apenas com os termos que fossem semelhantes. Na multiplicação não precisamos dessas regras, podemos multiplicar quaisquer termos, semelhantes ou não.

Deveremos multiplicar coeficiente com coeficiente e parte literal com parte literal. Nesta segunda etapa, precisamos fazer uma observação importante e um resgate de um assunto visto no capítulo anterior (multiplicação de potência de mesma base).

Veja esse caso:

$3^2 * 3^3 = 3^5$ → como as variáveis substituem letras, temos o seguinte:

$x^2 * x^2 = x^5$ → repetimos a base e somamos os expoentes. Isso sempre acontecerá quando nos dois fatores tiverem letras iguais, quando forem letras diferentes, apenas fazemos a repetição delas.

$x^3 * y = x^3y$

Veja esses exemplos:

$2x^3 * 7x$ = vamos separar os coeficientes e partes literais.

$(2*7) * (x^3*x)$ → fazendo as multiplicações...

$14x^4$

$-10y^6 * 5xy^2$ → Nos dois lados temos a variável y, e só no segundo há o x, este será apenas repetido.

$(-10 * 5) * (y^6 * y^2) * x$

$-50y^8x$

Basta lembrar: letras iguais – repete a letra e soma os expoentes

Letras diferentes – apenas repete.

Multiplicação entre monômio e polinômio

Quando tivermos um termo multiplicando binômios, trinômios e assim por diante, iremos usar a propriedade distributiva. E aplicar o mesmo conceito já apresentado no tópico acima, acompanhe.

$3x^2 * (-2xy + 4x^4)$

O termo de fora dos parênteses deve ser multiplicado por cada um dos termos que está dentro deles. Podemos então separar em dois produtos entre monômios.

$$\mathbf{3x^2 * (-2xy + 4x^4) = (3x^2 * (-2xy)) + (3x^2 * 4x^4)}$$

Tudo que fizemos foi separar em pequenas multiplicações, o resultado será:

$-6x^3y + 12x^6$

Veja outro exemplo:

$-8ab^2 (5a^3 - 2ab + 6b^4)$ → separando em pequenas multiplicações temos:

$(-8ab^2 * 5a^3) + (-8ab^2 * (-2ab)) + (-8ab^2 * 6b^4) =$

$-40a^4b^2 + 16a^2b^3 - 48ab^6$

Não importa quantos termos terá o segundo fator, sempre procederemos desta forma.

Multiplicação entre polinômios

Quando o primeiro fator tiver mais que um termo, também utilizaremos a distributiva, e conseguiremos pequenas multiplicações entre monômios, acontece que todos os termos do primeiro fator devem ser multiplicados por todos os termos do segundo fator. Veja:

$(2x^2 + 3y) * (-6x + 9y^4) =$

$$\mathbf{(2x^2 + 3y) * (-6x + 9y^4) = (2x^2 * (-6x)) + (2x^2 * 9y^4) + (3y * (-6x)) + (3y * 9y^4) =}$$

Precisamos então multiplicar os monômios:

$-12x^3 + 18x^2y^4 -18xy + 27y^5$

Quantos mais termos tivermos, mais multiplicações precisaremos realizar.

$(3ab – 2a^2) * (ab^3 + 5a^2 - 3b) =$

$(3ab * ab^3) + (3ab * 5a^2) + (3ab * (-3b)) + (-2a^2 * ab^3) + (-2a^2 * 5a^2) + (-2a^2 * (-3b)) =$

$3a^2b^4 + 15a^3b – 9ab^2 - 2a^3b^3 – 10a^4 + 6a^2b$

02.6.3 – Divisão

Divisão entre monômios

Para realizar a operação de divisão iremos fazer o procedimento inverso ao que aplicamos no caso da multiplicação, lembra que utilizamos a *propriedade da multiplicação de potência de mesma base?* Aqui usaremos a propriedade que trata da divisão: divisão de potência de mesma base, lembra dela: repete a base e subtrai os expoentes. E também usaremos aquele critério: divide coeficiente com coeficiente e parte literal com parte literal (aplicando a propriedade citada quando as letras forem iguais.

Ex.: $18x^4 \div 6x$ → iremos realizar aquele processo de separar coeficientes e partes literais.

$(18 \div 6) * (x^4 \div x) = 3x^3$

Ex.: $20a^5 \div 4a^3 = (20 \div 4) * (a^5 \div a^3) = 5a^2$

Também podemos realizar este procedimento usando frações:

$$\frac{20a^5}{4a^3} = \frac{20}{4} * \frac{a^5}{a^3} = 5a^2$$

Demonstrei desta forma para ficar mais fácil de visualizar nos casos em que tivermos letras diferentes nas partes literais

Ex: $8x \div 2y$

$\frac{8x}{2y} = \frac{8}{2} * \frac{x}{y} = \frac{4x}{y}$; $y \neq 0$

Não podemos aplicar a propriedade da divisão de potência de mesma base com letras diferentes, então o resultado fica como fração.

Divisão de polinômio por monômio

Se tivermos mais de um termo dividido por um monômio, também podemos aplicar uma distributiva:

Ex: $(18x^6 + 4x^3) \div 2x$ → iremos colocar em forma de fração.

$\frac{18x^6 + 4x^3}{2x}$ → podemos separar em duas frações com o mesmo denominador:

$\frac{18x^6}{2x} + \frac{4x^3}{2x} = 9x^5 + 2x^2$

Divisão entre polinômios

Para realizar a divisão entre polinômios, iremos fazer uma relação com o método da divisão euclidiana já vista no último capítulo.

Se considerarmos um polinômio qualquer chamado de P(x) (dividendo), e dividirmos por um polinômio D(x) (divisor) não nulo. Encontraremos um polinômio Q(x) (quociente resultado), e também R(x) (resto da divisão).

Utilizando o algoritmo da divisão euclidiana, teremos o seguinte esquema:

$$\begin{array}{l|l} P(x) & D(x) \\ \cline{2-2} R(x) & Q(x) \end{array}$$

E assim como na divisão entre números inteiros tínhamos aquela relação: D = d * q + r

Temos a mesma ideia aqui:
P(x) = D(x) * Q(x) + R(x)

Além disso, o grau do quociente deverá ser a subtração entre o grau do polinômio que representa o dividendo e o grau do polinômio divisor.

g(Q(x)) = g(P(x)) – g(D(x))

Para realizar a divisão entre dois polinômios é necessário ter cuidado e atenção. Vamos seguir o seguinte exemplo:

$(4x^3 - x^2 + 2) \div (x^2 + 1)$

1° PASSO - Antes de começarmos a dividir, precisarmos “preparar” o polinômio, utilizando todos os termos possíveis. Perceba que temos os expoentes 3 ($4x^3$); 2 ($-x^2$); e o 0 ($2x^0$). Para manter a ordem precisamos fazer aparecer também o expoente 1. Como ele não está aparecendo, fica subentendido que seu coeficiente é o 0. Logo, escreveremos como: 0x.

Então agora temos o seguinte:

$(4x^3 - x^2 + 0x + 2) \div (x^2 + 1)$

2° PASSO – Iremos organizar os polinômios no método da chave

$$\begin{array}{l|l} 4x^3 - x^2 + 0x + 2 & x^2 + 1 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

A partir daqui, nosso objetivo é eliminar os termos de P(x), até que o seu grau seja menor que D(x). Vamos dividir o primeiro termo do P(x) pelo primeiro termo de D(x). $4x^3 \div x^2 = 4x$ (de acordo com todas as definições já vistas antes). Este termo (4x) ficará no D(x)

$$\begin{array}{l|l} 4x^3 - x^2 + 0x + 2 & x^2 + 1 \\ \cline{2-2} & \mathbf{4x} \end{array}$$

Agora a gente precisa multiplicar este 4x por todos os termos de D(x) e o resultado fica abaixo de P(x) de acordo com os respectivos expoentes. Se não tiver resultado com o mesmo expoente de P(x), deixa em branco.

Tome nota: assim como na divisão de números inteiros, ao fazer a multiplicação, faça a inversão do sinal ao colocar o resultado abaixo de P(x).

$$\begin{array}{l|l} 4x^3 - x^2 + 0x + 2 & x^2 + 1 \\ \cline{2-2} \mathbf{-4x^3} \qquad \mathbf{-4x} & \mathbf{4x} \end{array}$$

Realizaremos então a soma entre estes termos:

$$\begin{array}{rl|l} + & \cancel{4x^3} - x^2 + 0x + 2 & x^2 + 1 \\ \cline{3-3} & \cancel{-4x^3} \qquad \mathbf{-4x} & \mathbf{4x} \\ \cline{2-2} & \mathbf{-x^2 - 4x + 2} & \end{array}$$

3° PASSO: Perceba que conseguimos o resto $-x^2 -4x + 2$, que tem um grau igual ao D(x), então podemos continuar a divisão utilizando a mesma ideia. Dividindo $-x^2$ por x^2 teremos -1. O que colocaremos junto do 4x, e multiplicaremos por cada termo de D(x), invertendo o sinal e depois fazendo a soma entre os termos com os respectivos expoentes.

$$\begin{array}{rl|l} + & \cancel{4x^3} - x^2 + 0x + 2 & x^2 + 1 \\ \cline{3-3} & \cancel{-4x^3} \qquad \mathbf{-4x} & \mathbf{4x - 1} \\ \cline{2-2} & \mathbf{-x^2 - 4x + 2} & \\ & \mathbf{+x^2} \qquad \mathbf{+1} & \end{array}$$

Fazendo a subtração entre os termos, conseguiremos:

$$\begin{array}{rl|l} + & \cancel{4x^3} - x^2 + 0x + 2 & x^2 + 1 \\ \cline{3-3} & \cancel{-4x^3} \qquad \mathbf{-4x} & \mathbf{4x - 1} \\ \cline{2-2} & \mathbf{\cancel{-x^2} - 4x + 2} & \end{array}$$

Chegamos a um resto que tem o grau menor que D(x), então não poderemos continuar a dividir. Concluímos que:

$Q(x) = 4x - 1$

$R(x) = -4x + 3$

Obs.: perceba que as relações entre os graus dos polinômios que citei acima foi obedecida. O grau de P(x) é 3, o grau de D(x) é 2, e o grau de Q(x) = 1.

$g(Q(x)) = g(P(x)) – g(D(x))$

$g(Q(x)) = 3 – 2$

$g(Q(x)) = 1$

Podemos ainda verificar a relação de:

$\mathbf{P(x) = D(x) * Q(x) + R(x)}$

$4x^3 - x^2 + 2 = (x^2 + 1) * (4x – 1) + (-4x + 3)$ → resolvendo incialmente a multiplicação aplicando a distributiva:

$4x^3 - x^2 + 2 = (4x^3 - x^2 + 4x – 1) + (-4x + 3)$ → realizando a soma entre os polinômios, teremos:

$4x^3 - x^2 + 2 = 4x^3 - x^2 + 4x – 4x – 1 + 3$ → os termos (+ 4x – 4x) se cancelam. E (-1 + 3) resultam em 2.

$4x^3 - x^2 + 2 = 4x^3 - x^2 + 2$ → igualdade obedecida.

Tome nota: Quando o resto ser um polinômio D(x) = 0, significa que temos uma divisão exata.

02.7 – Produtos notáveis

Chamamos de *produtos notáveis* aquilo que envolve multiplicações (produtos), e *notáveis* pois costumam aparecer com grande recorrência no desenvolvimento de certos cálculos. E sabendo as maneiras mais fáceis de resolver, nos permite ganhar tempo.

Quadrado da soma de dois termos: (a + b)²

Utilizarei *a (1° termo)* e *b (2° termo)* de forma geral. Perceba que temos dois termos diferentes sendo somados dentro dos parênteses, e está sendo elevando ao quadrado. Já sabemos que elevar ao quadrado é multiplicar o número (termo) por ele mesmo. Vamos fazer esta expansão:

$(a + b)^2 = (a + b) * (a + b) =$

A partir deste ponto, vamos relembrar o que tínhamos na multiplicação entre polinômios: todos os temos do primeiro fator devem ser multiplicados pelos termos do segundo fator. Aplicando a distributiva teremos:

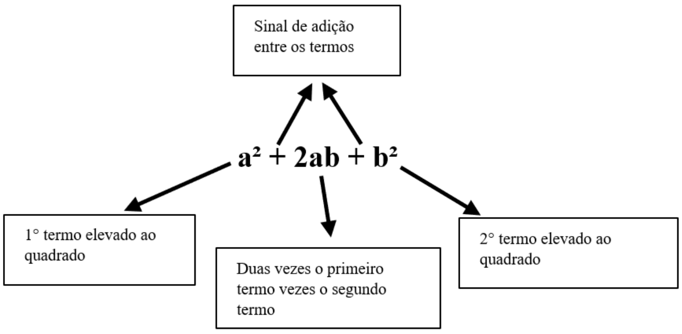
$\mathbf{(a + b) * (a + b) = a^2 + ab + ba + b^2}$

Observe que conseguimos dois termos semelhantes, pois como estamos multiplicando a ordem não importa. Neste caso, podemos fazer a redução entre os dois termos, então conseguiremos o seguinte resultado:

$(a + b) * (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 =$

$\mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$

Analise comigo essa estrutura:



Compreendendo isso não temos a necessidade de sempre ter que expandir os termos em fatores iguais, fazer toda a distributiva e tudo mais... pois é um padrão que sempre ocorre. Veja em um exemplo:

x + 2

Temos um quadrado de lado medindo *x+1* qual expressão algébrica representa sua área?

Obs: a área de um quadrado é dado pelo lado elevado ao quadrado, então: $(x+2)^2$

Perceba que o *x* substitui a posição do *a;* assim como o *2* substitui a posição do *b.*

1° termo: x; 2° termo: 2.

Vamos fazer o que se pede sempre precisar fazer todos aqueles passos, apenas seguindo as observações no esquema:

1 – 1° termo elevado ao quadrado: x^2 (mantemos assim)

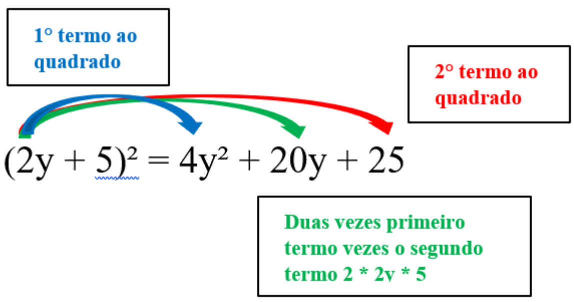
2 – Duas vezes o primeiro termo vezes o segundo termo: $2 * x * 2 = 4x$

3 – Segundo termo elevado ao quadrado: $2^2 = 4$

Entre todos os termos entra o sinal de adição então:

$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

Veja outro exemplo ainda mais direto:

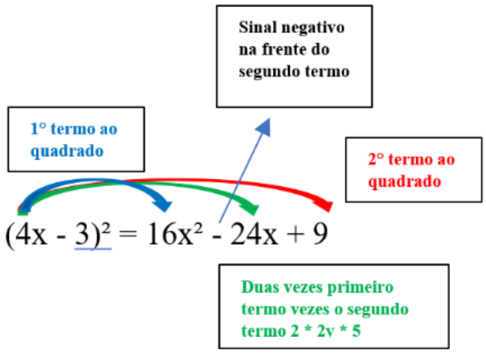


Quadrado da diferença entre dois termos: $(a - b)^2$

Aqui temos uma ideia semelhante ao caso anterior. Vamos apenas notar uma diferença em relação ao sinal do segundo termo no resultado final. Acompanhe na forma de distributiva:

$(a - b)^2 = (a - b) * (a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 =$

$a^2 - 2ab + b^2$ (perceba que o que muda é que o sinal do segundo termo é negativo, mas a forma prática de determinar os termos continua o mesmo, veja:

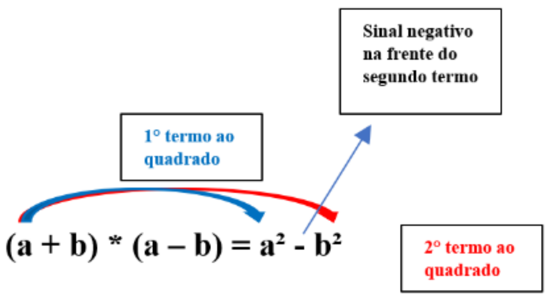


Produto da soma pela diferença entre dois termos: $(a + b) * (a - b)$

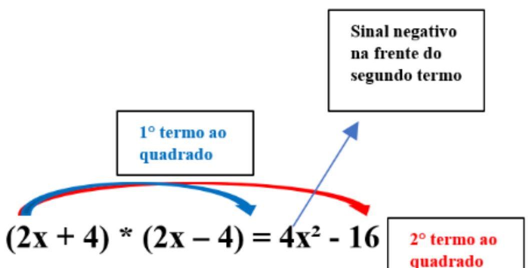
Aqui o caso é um pouco diferente vamos aplicar a distributiva e entender o que acontece:

$(a + b) * (a - b) = a^2 + ab - ba - b^2$ (perceba que temos dois termos opostos, isso fará com que eles se anulem sobrando apenas):

$(a + b) * (a - b) = a^2 + ab - ba - b^2 =$



Aplicando isto temos:



Tome nota: isso são ferramentas para facilitar e agilizar alguns cálculos. Casos de produtos notáveis podem "aparecer de repente" em algum outro assunto. Então fique de olho.

QUESTÃO COMENTADA

IMPARH - 2021 - Prefeitura de Fortaleza - CE - Professor Substituto - Matemática

Sabendo que $a \neq b$, uma expressão que simplifica $\frac{(a^2-b^2)(a+b)}{a-b}$ é:

Alternativas

a) $a - b$
b) $a^2 - b^2$
c) $a^2 + ab + b^2$.
d) $(a + b)^2$.

Iremos usar dois casos de produtos notáveis. Primeiro vamos olhar para a parte (a^2-b^2), quando vermos essa estrutura, temos que lembrar que é o resultado do **produto da soma pela diferença entre dois termos** que em sua forma original é: (a + b) * (a – b). vamos usar isso na expressão original.

$$\frac{(a+b)*(a-b)*(a+b)}{a-b}$$

Perceba que existe **a-b** no numerador e denominador, podemos então simplificar os dois, e termos somente: (a + b) * (a + b)

Sobrou um produto com dois termos iguais, o que podemos tranquilamente transformar em potenciação: **$(a + b)^2$**

ALTERNATIVA D

02.8 – Fatoração de polinômios

Fator comum em evidência

No capítulo anterior vimos como fazer a fatoração dos números compostos. Existem casos que precisamos fatorar polinômios, ou seja, transformá-lo em multiplicação. Faremos isso buscando um **fator comum** que estiver aparecendo entre os termos do polinômio. Vamos começar com exemplos simples:

No polinômio: 6x – 9y (lembre-se que 6x = 6*x; o produto entre coeficiente e parte literal fica "escondido")

É como se tivéssemos: 6*x – 9*y

Precisamos encontrar um fator comum entre esses dois números (6 e 9), ou seja, um número que possa dividir os dois ao mesmo tempo, concorda que é o 3? Pois o 3 "aparece" no 6 (3*2) e no 9 (3*3), então podemos reescrever da seguinte forma:

3*2x – 3*3y

Destaquei o 3 em vermelho para demonstrar que ele aparece nos dois termos, logo ele é o **fator comum**. O que faremos com ele? Colocaremos em *evidência* à frente do polinômio como um fator só (fatoração), tudo que "sobrou" fica dentro de parênteses.

3 (2x – 3y)

Se usarmos a distributiva, perceberemos que teremos o mesmo polinômio de onde começamos, ou seja, aqui nosso objetivo é desfazer uma multiplicação.

Veja outro caso:

$20x^2 - 5x + 10$

Precisamos descobrir qual o fator comum aparecer em todos os termos. Analisando rapidamente, podemos notar que é o número 5. Veja só:

5*4x² - 5*1*x + 5*2 → colocaremos esse 5 em evidência. No caso do termo que aparece x, ele ficará sozinho.

$5 (4x^2 - x + 2)$

03 – EQUAÇÕES

Quando falamos de equação estamos fazendo uma relação de igualdade. O que causa uma grande diferença entre as expressões algébricas. Claro que todo os conceitos já abordados antes são necessários para o que veremos a partir de agora. Antes de tudo, vejamos a diferença entre uma expressão algébrica e uma equação.

Expressões algébricas

$2x+1$

$4x^2-4x$

$12x^4 - 20x^3 - 6$

Equações

$3x - 18 = 9$

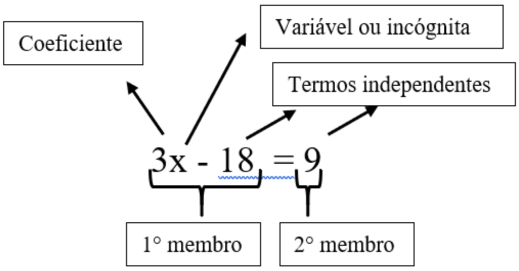
$6x^2 - 2x = 0$

$x^4 - 20x^3 = 0$

$x + y = 3$

Perceba então que para ser equação temos que ter uma relação de igualdade.

Termos de uma equação:



Os valores que não possuem *x* são os termos independentes, justamente porque não dependem do valor do x. Pois o valor que colocarmos em *x* será multiplicado por 3. Então o número 3 está dependendo do valor a ser colocado em x.

A definição do grau da equação é semelhante ao que vimos na determinação do grau de um polinômio. Iremos verificar o maior expoente existente nos termos da equação.

Tome nota: quando não houver número na variável, temos o expoente 1.

$3x - 18 = 9$ – Equação do 1° grau

$6x^2 - 2x = 0$ – Equação do 2° grau

$x^4 - 20x^3 = 0$ – Equação do 4° grau

Solução de uma equação

Chamamos de solução da equação o número ou conjunto de números que obedeçam a igualdade. Veja a equação abaixo:

$\mathbf{x + 2 = 5}$

É um caso bem simples. Só precisamos pensar em qual número podemos colocar no lugar de x para que a igualdade seja obedecida. É fácil de perceber que seria o número 3.

Se $x=3$, então:

$3 + 2 = 5$

$5 = 5$

Fazemos a seguinte descrição:

$S = \{5\}$ → indica que o conjunto solução é o número 5.

O que está de acordo com a igualdade. Estranho seria se por exemplo usássemos o número 4, pois:

Se $x=4$

$4 + 2 = 5$

$6 = 5$ (e isso não faz nenhum sentido)

Veja esta outra equação:

$x^2 + x - 6 = 0$

O valor que precisamos encontrar em x deverá o que obedece a igualdade. Neste caso, temos dois possíveis valores:

Se $x = 2$	Se $x = -3$
$2^2 + 2 - 6 = 0$ $4 + 2 - 6 = 0$ $6 - 6 = 0$ $0 = 0$	$(-3)^2 - 3 - 6 = 0$ $9 - 3 - 6 = 0$ $6 - 6 = 0$ $0 = 0$

Na notação de conjunto solução fica assim:

$S = \{-3, 2\}$

Veja mais um caso:

$x^2 = 36$

Estamos interessados em descobrir qual o número que elevado ao quadrado resulta em 36. De imediato podemos pensar no número 6, pois $6^2 = 36$. Mas além desse, há outro número. Lembra que $(-6)^2 =$

36? Pois é. Quando falarmos de expoentes pares, precisamos considerar tanto o valor positivo e o negativo, já que ambos obedecem a igualdade. Então nossas soluções podem ser x = 6 e x = -6. S = {-6, 6}.

Conjunto universo do conjunto solução

Para determinar o conjunto solução de uma equação precisamos ficar atento ao conjunto de números que nos é dado. Na equação do exemplo acima, se for pedido a solução no conjunto dos números Reais, Racionais ou Inteiros, temos as duas soluções possíveis, mas se nos restringirmos apenas para o conjunto dos números Naturais, nossa solução seria apenas o número 2. S = {2} já que o -3 não faz parte deste universo.

Dado esses conceitos iniciais, vamos falar sobre algumas equações específicas:

03.1 – Equação do primeiro grau com uma incógnita

Antes de tudo, vamos compreender as partes desse tema:

Equação: relação de igualdade;

Do primeiro grau: teremos o expoente 1 como maior grau

Com uma incógnita: teremos apenas uma variável.

Forma geral: teremos como forma geral de uma equação do 1° grau a seguinte estrutura:

$$ax = b; a \neq 0$$

a é coeficiente de x, e *b* é termo independente.

Veja um exemplo:

$$3x = 15$$

Temos que encontrar o valor para x de forma que torne a equação verdadeira. Nos casos anteriores, eu já declarava o resultado e apenas fazia o teste para verificar a igualdade. A partir de agora, irei demonstrar as formas de resolução. Mas antes de partirmos, precisamos relembrar uma coisa acerca das operações matemáticas:

> Operações inversas: entre as operações matemáticas sempre há uma operação inversa.
>
> Adição ↔ Subtração
>
> Multiplicação ↔ Divisão
>
> Coloquei essa seta apontada para os dois lados pois o inverso também é válido.

Para resolver uma equação, precisamos deixar a variável isolada (sozinha) em um dos membros da equação. Ou seja, teremos que "retirar" todos os números que tiverem no mesmo lado que ele. Há algumas regras importantes a serem seguidas nesse processo.

A primeira coisa a ser percebida é que temos apenas o "3" junto com o "x". E esses dois estão sendo multiplicados. (3x = 3*x)

Então a gente vai "retirar" o número 3 deste lado e "mandar" para o segundo membro, lembrando de fazer a inversão de operação. Se está multiplicando, vai para o outro lado dividindo (em forma de fração). Ficando assim:

3x = 15

$$\boldsymbol{x = \frac{15}{3}}$$

Perceba que deixamos a variável sozinha em um dos lados da equação, agora basta dividir no segundo membro.

3x = 15

$$x = \frac{15}{3}$$

x = 5

A solução, então é S = {5}

Veja outro caso semelhantes. E vamos resolver de forma mais direta:

9x = 18 → $\boldsymbol{x = \frac{18}{2}}$ → x = 2

Observe que o padrão é sempre esse.

Mas existem equações que não virão exatamente com essa "cara", então teremos que fazer algumas manipulações.

Ex.:

3x – 8 = 10 → Aqui, temos um termo a mais no primeiro membro, que é o menos 8. O primeiro passo a se fazer, é tirá-lo dali. Mandando ele para o segundo membro e lembrando de trocar o sinal.

3x = 10 + 8 → Agora precisamos somar o segundo lado da equação.

3x = 18 → Percebeu que retornamos à primeira estrutura? Basta resolver da mesma forma.

$x = \frac{18}{3}$ → x = 6

S = {6}

Veja outras formas de as equações aparecerem:

$\boldsymbol{-3x - 4 = 2x + 16}$ → iremos organizar da seguinte forma: quem tem letra para um lado, quem não tem letra, para outro. (lembrando de inverter as operações)

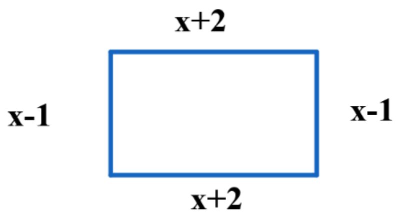
$-3x - 2x = 16 + 4$ → vamos fazer as operações necessárias nos dois lados.

$-5x = 20$ → mais uma vez voltamos à primeira forma.

$x = \frac{20}{-5}$ → $x = -4$

S = {-4}

Volto ao ponto que expliquei no começo do tópico de expressões algébricas, é muito importante associar tudo isso que estamos aprendendo com outros assuntos. Veja uma aplicação em geometria:



Sabendo que o perímetro (soma das medidas dos lados) é igual a 14, determine o valor de x.

Chamaremos perímetro de P, fazendo unindo todos os termos em forma de soma, teremos a seguinte igualdade:

$x + 2 + x + 2 + x - 1 + x - 1 = P$

Como P = 14, iremos substituir essa informação.

$x + 2 + x + 2 + x - 1 + x - 1 = 14$ → agora iremos unir os termos semelhantes do 1° membro

$x + x + x + x + 2 + 2 - 1 - 1 = 14$ → fazendo as reduções, teremos:

$4x + 2 = 14$ → Percebeu que retornou em um dos casos que já vimos? Então vamos refazer aqueles mesmos procedimentos.

$4x + 2 = 14 \rightarrow 4x = 14 - 2 \rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{4} \rightarrow x = 3$

$S = \{3\}$

QUESTÃO COMENTADA

FAUEL - 2020 - Câmara de Apucarana - PR - Zelador

O valor de x na equação a seguir é:

$$\mathbf{4/x = 8/x + 2}$$

Alternativas

a) -2.

03.2 – Equação do 2° grau com uma variável

Partindo da mesma definição já vista antes, a equação do 2° grau terá como maior expoente o número 2. Ela pode se apresentar de diferentes formas, mas a forma geral é esta: **$ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$**

O termo que acompanha x^2 precisa ser diferente de zero, porque se for zero, a gente acaba retornando em uma equação do 1° grau.

03.2.1 - Equação completa: $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$; $b \neq 0$ e $c \neq 0$

Teremos uma equação completa se todos os coeficientes forem diferentes de zero.

Como nos exemplos:

$x^2 - x – 12 = 0$ → vamos incialmente identificar os coeficientes.

$a = 1$; $b = -1$; $c = -12$

$x^2 + 3x – 28 = 0$

$a = 1$; $b = 3$; $c = -28$

$- 12x + 8 + 4x^2 = 0$ → mesmo que a ordem esteja trocada, precisamos manter a ordem dos coeficientes.

$a = 4$; $b = -12$; $c = 8$

Resolução de equação do 2° grau completa

Para resolver este tipo de equação, uma das formas é ter auxílio de duas fórmulas:

Fórmula do Delta ou discriminante: $\boxed{\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}}$

E a que é popularmente Fórmula de Bháskara: $\boxed{\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}}$

Pronto! Está vendo a posição de cada letra? Iremos apenas substituir os coeficientes na equação e resolver as operações. Veja só:

$x^2 - x - 12 = 0$

a = 1; b = -1; c = -12

Vamos trocar os coeficientes na fórmula do discriminante.

$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$

$\Delta = (-1)^2 - 4 * 1 * (-12)$ → Resolvendo tudo isso...

$\Delta = 1 + 48$

$\Delta = 49$

Após ter feito este primeiro passo, iremos utilizar a segunda fórmula, trocando os coeficientes e valor que encontrarmos para o Delta.

$$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2*1}$ → ao resolver teremos

$x = \frac{1 \pm 7}{2}$ → aqui surge uma observação importante. Na fórmula utilizamos este símbolo $\pm$ que significa que estamos utilizando tanto o valor positivo quanto o valor negativo da raiz quadrado do Delta. Daqui para frente, iremos "desmembrar" essa equação em duas: uma para o valor positivo (iremos chamar de x^1) e outra para o valor negativo (que chamaremos de x^2), e resolveremos cada uma individualmente.

Então...

$x^1 = \frac{1+7}{2}$ → $x^1 = \frac{8}{2}$ → $x^1 = 4$

$x^2 = \frac{1-7}{2}$ → $x^2 = \frac{-6}{2}$ → $x^2 = -3$

Nosso conjunto solução (considerando os números reais), é: S = {-3, 4}.

Vamos verificar o resultado das outras equações que descrevi acima. Irei fazer de forma mais direta, mas perceba que os procedimentos sempre serão os mesmos.

$$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{2*1}$

$x^2 + 3x - 28 = 0$

a = 1; b = 3; c = -28

$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$

$\Delta = (3)^2 - 4 * 1 * (-28)$

$\Delta = 9 + 112$

$\Delta = 121$

$x^1 = \frac{-3+11}{2} \rightarrow x^1 = \frac{8}{2} \rightarrow x^1 = 4$

$x^2 = \frac{-3-11}{2} \rightarrow x^2 = \frac{-14}{2} \rightarrow x^2 = -7$

$- 12x + 8 + 4x^2 = 0$

a = 4; b = -12; c = 8

$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$

$\Delta = (-12)^2 - 4 * 4 * 8$

$\Delta = 144 - 128$

$\Delta = 16$

$$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{16}}{2*4}$$

$$x = \frac{12 \pm 4}{8}$$

$x^1 = \frac{12+4}{8} \rightarrow x^1 = \frac{16}{8} \rightarrow x^1 = 2$

$x^2 = \frac{12-4}{8} \rightarrow x^2 = \frac{8}{8} \rightarrow x^2 = 1$

S = {1,2}

Também é importante compreender que uma equação do 2° grau pode vir "disfarçada". Lembra dos produtos notáveis que vimos anteriormente? Olha só...

$(x+2)^2 = 0 \rightarrow$ se temos a relação de igualdade, temos equação. Resolvendo o produto notável no 1° membro conseguiremos:

$x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow$ a partir daqui, basta aplicar na fórmula... Vamos ver de forma mais direta:

$$\boldsymbol{\Delta = 4^2 - 4 * 1 * 4 \rightarrow \Delta = 16 - 16 \rightarrow \Delta = 0}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2*1} \rightarrow x = \frac{-4 \pm 0}{2}}$$

$x^1 = \frac{-4+0}{2} \rightarrow x^1 = \frac{-4}{2} \rightarrow x^1 = -2$

$x^2 = \frac{-4-0}{2} \rightarrow x^2 = \frac{-4}{2} \rightarrow x^2 = -2$

Percebeu que nesse caso o valor de x^1 e x^2 foram iguais? Daqui a pouco comento um pouco mais sobre isso. Nossa solução fica: S= {-2}

Para fechar essa parte, vamos ver mais um caso:

$x^2 - x + 1 = 0$

$\mathbf{\Delta = 1^2 - 4 * 1 * 1 \rightarrow \Delta = 1 - 4 \rightarrow \Delta = -3}$

Lembra o que a gente faz com o valor do Delta? Extraímos a raiz quadrada, mas já sabemos que dentro dos conjuntos dos números reais não há raízes de valores negativos. Nesse caso, não podemos encontrar solução (no conjunto dos números reais. S = { }. Representamos dessa forma, para indicar que não temos solução.

Análise sobre o valor de Delta.

Vimos três casos distintos de equação do 2° grau completa: as que têm duas soluções diferentes, as que tem uma solução, pois os valores de x^1 e x^2 foram iguais, e as que não tem solução alguma. Tudo isso tem relação com o valor que encontrarmos para Delta.

Se...

$\Delta > 0 \rightarrow$ Teremos duas soluções diferentes.

$\Delta = 0 \rightarrow$ Teremos duas soluções iguais.

$\Delta < 0 \rightarrow$ Não teremos solução no conjunto dos números reais.

03.2.2 – Equações incompletas

Para as equações do 2° grau incompleta teremos formas diferentes, que dependerá dos valores para *b* e *c*. Veremos cada caso.

Tipo: $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$; $b = 0$ e $c = 0$

Se b e c forem iguais a zero, só nos sobra $\mathbf{ax^2 = 0}$;

Quando nos depararmos com casos assim, sempre teremos x = 0.

Ex.:

$4x^2 = 0 \rightarrow$ Vamos utilizar os mesmos procedimentos da equação do 1° grau, com um outro detalhe. *Quando de um lado tivermos o expoente 2, iremos inverter a operação para a raiz quadrada.*

$x^2 = \frac{0}{4} \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = \sqrt{0} \rightarrow x = 0$

S = {0}

Tome nota: Nessas equações, a solução sempre será 0.

Tipo: $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$; $b = 0$ e $c \neq 0$

Quando b for igual a zero, teremos apenas $\mathbf{ax^2 + c = 0}$

Iremos mais uma vez utilizar de alguns dos recursos já visto antes, junto com a ideia de inversão da potência para a raiz quadrada.

$3x^2 - 27 = 0 \rightarrow$ nosso maior objetivo é deixar x sozinho. Primeiramente vamos trocar o "-27" de posição (invertendo o sinal)

$3x^2 = 27 \rightarrow$ agora, trocar o 3 (também invertendo o sinal)

$x^2 = \frac{27}{3}$ → fazendo esta divisão

$x^2 = 9$ → aqui será aquele movimento de trocar a potência pela raiz quadrada, e aqui temos que ter um cuidado. Precisamos considerar o valor positivo e negativo, então colocaremos o 9 na raiz quadrada, mas usando o sinal $\pm$ à sua frente.

$x = \pm\sqrt{9}$

$x = \pm 3$

Nossa solução então: S = {-3, 3}

Esse é o padrão nesse formato de equação, veja outra de forma mais direta:

$2x^2 - 128 = 0$ → $x^2 = 128$ → $x^2 = \frac{128}{2}$ → $x^2 = 64$ → $x = \pm\sqrt{64}$ → $x = \pm 8$

S = {-8, 8}

Tome nota: em equações assim, sempre teremos duas soluções com sinais opostos.

Tipo: $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$; $b \neq 0$ e $c = 0$

Aqui, teremos a seguinte forma: $ax^2 + bx = 0$

Para resolver essa aqui, precisaremos do método da fatoração, já que os dois termos do 1° membro terão um fator comum "x". Iremos colocar esse x em evidência, que ficará assim:

$x * (ax + b) = 0$

De acordo com o que sabemos sobre a multiplicação, um resultado pode der zero se pelo menos um dos dois fatores forem iguais a zero. Nessa equação podemos, então, ter duas situações.

Ou $x = 0$ → o que já nos fornece uma solução.

Ou $ax + b = 0$ → isso lembra alguma coisa? Sim! Encontramos uma equação do 1° grau. Coisa que já sabemos resolver.

Vamos ver como tudo isso se aplica:

$2x^2 + 4x = 0$ → iremos colocar o "x" em evidência

$x * (2x + 4) = 0$ → Iremos igualar cada um dos dois fatores a zero.

$x = 0$;

$2x + 4 = 0$ → resolvendo essa equação, teremos:

$2x = -4$ → $x = \frac{-4}{2}$ → $x = -2$

Nossas soluções então, serão: S = {-2, 0}

Tome nota: em equações assim, uma das equações sempre será zero.

03.2.2 – Resolvendo equações por soma e produto

Na Matemática, como já pudemos perceber, há sempre maneiras de chegar mais rápido aos resultados. Nas equações do 2° grau completa existe uma forma de resolução sem que precisemos usar todas aquelas fórmulas apresentadas. Faremos isso a partir da SOMA (S) e PRODUTO (P) das raízes.

$$S = \frac{-b}{a}$$

$$P = \frac{c}{a}$$

Lembrando que as letras **a, b,** e **c** são os coeficientes da equação.

Vamos acompanhar um exemplo com uma das equações usadas anteriormente para vermos como isso funciona de uma forma bem mais direta:

$x^2 + 3x - 28 = 0$

Vamos substituir os coeficientes nas duas fórmulas e realizar a divisão.

$$S = \frac{-b}{a} \rightarrow S = \frac{-3}{1} \rightarrow S = -3$$

$$P = \frac{c}{a} \rightarrow P = \frac{-28}{1} \rightarrow P = -28$$

Isso significa que estamos procurando dois números cujo a soma resulta em -3 e o produto é igual a -28. Aqui, basta a gente analisar um pouquinho...

___ + ___ = -3

___ * ___ = -28

Na multiplicação, para o resultado ser negativo, um dos números também deve ser negativo, já é uma pista. Quais dois números que multiplicados resultaram em -28? Podemos ter o -1 * 28 (1 * (-28)) ou -2 * 14 (2 * (-14)) ou -4 * 7 (4 * (-7))

Mas precisamos pensar simultaneamente com o resultado da soma, dessas opções que vimos quais deles que somados resulta em -3? A única opção é usar o 4 e -7.

4 + (-7) = -3

4 * (-7) = -28

Ou seja, as raízes são 4 e -7. Que são exatamente os mesmos que encontramos ao utilizar as fórmulas. Tentando fazer todos esses passos de forma mais direta nos permite ganhar muito tempo ao resolver questões. Veja:

QUESTÃO COMENTADA

FAUEL - 2021 - Prefeitura de Rio Azul - PR - Assistente Administrativo
A equação $x^2 + 9x + 14 = 0$ tem duas raízes reais. Qual é o valor da soma dessas duas raízes?
Alternativas

a) -5
b) 5
c) -9
d) 9

A questão não quer que apresentemos as raízes, quer APENAS a soma. E na verdade, nem precisamos saber quais são as raízes para determinar a soma. Juro!

Vamos apenas usar a fórmula da soma:

QUESTÃO COMENTADA

CETREDE - 2021 - Prefeitura de Icapuí - CE - Agente Administrativo

Se $y = x^2 + 7x + 12$, então as raízes que satisfazem y serão:

Alternativas

a) 3 e 4.
b) -3 e 3.
c) 3 e -4.
d) -3 e -4.
e) 3 e 3.

Vamos aplicar mais uma vez a soma e produto.

Lembre-se que:

$$\boldsymbol{S = \frac{-b}{a}} \rightarrow$$

$$\boldsymbol{P = \frac{c}{a}} \rightarrow$$

Então vamos substituir os valores e descobrir qual é o valor da soma e do produto das raízes.

03.3 – Problemas envolvendo equações

Além de resolver uma equação, é preciso saber interpretar uma situação em que muitas vezes têm uma equação “escondida”. Vamos ver algumas situações na prática com questões de concurso.

QUESTÃO COMENTADA

Instituto Consulplan - 2021 - Prefeitura de Colômbia - SP - Professor de Matemática
Considere dois números, x e y, tal que x – y = 13 e xy = – 40. Com bases nestas informações, é correto afirmar que $x^2 + y^2$ é igual a:

a) 53
b) 89
c) 129
d) 249

Aqui, vamos fazer uma relação entre as equações do 1° e 2° grau. Para começar, vamos compreender as igualdades que a questão está nos apresentando.

*x – y = 13; x*y = -40*

Podemos incialmente pegar a primeira equação, e isolar a variável **x,** *ou seja, trocar o* **y** *de lado, fazendo a inversão do sinal. Teremos uma nova equação.*

*x = 13 + y → (não esqueça dessa equação) veja que estamos dando uma igualdade para x. Lembra que no tópico "valor numérico de uma expressão algébrica" fazíamos substituições com as variáveis? Vamos usar isso aqui. Na segunda equação, (x*y = -40) vamos trocar o valor de x por 13-y. Conseguindo uma nova equação.*

*(13 + y) * y = -40 → agora trabalharemos em função de uma variável. Aplicando a distributiva no primeiro membro da equação, teremos a seguinte igualdade.*

13y + y^2 = -40 → isso já tá com cara de equação do 2° grau, pois conseguimos o expoente 2. Para ficar melhor de visualizar, podemos trocar o "-40" de lado, invertendo o sinal e deixando o zero no 2° membro.

y^2 + 13y + 40 = 0 → aplicando todos os passos da resolução da equação do 2° grau completa, temos...

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 13^2 - 4 * 1 * 40$$

$$\Delta = 169 - 160$$

$$\Delta = 9$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$y = \frac{-13 \pm \sqrt{9}}{2 * 1}$$

$$y = \frac{-13 \pm 3}{2}$$

$$y^1 = \frac{-13+3}{2} \to y^1 = \frac{-10}{2} \to y^1 = -5$$

$$y^2 = \frac{-13-3}{2} \to y^2 = \frac{-16}{2} \to y^2 = -8$$

Aqui temos dois caminhos para determinar o valor de x. lembra da equação que disse para não esquecer? Vamos retornar a ela.

x = 13 + y

Nosso primeiro caminho é usar y^1 = -5 → fazendo a substituição...

x = 13 – 5

x = 8

O outro caminho é usar $y^2 = -8$

$x = 13 - 8$

$x = 5$

Perceba então que temos dois pares de resultados, mas o que nos importa é determinar o valor de $x^2 + y^2$. Vamos testar com as duas situações.

$x^2 + y^2$	$x^2 + y^2$
Com $x = 8$ e $y = -5$	*Com $x = 5$ e $y = -8$*
$8^2 + (-5)^2 =$	$5^2 + (-8)^2 =$
$64 + 25 =$	$25 + 64 =$
89	89

Perceba que encontramos o mesmo resultado, logo nossa resposta é alternativa B.

QUESTÃO COMENTADA

Instituto Consulplan - 2021 - Prefeitura de Colômbia - SP - Técnico em Nutrição
Sejam dois números não naturais a e b. Considere que b é igual à raiz da equação 2/3 x+7=8 e que a soma "a + b" é igual a 4. Qual é o valor de a?

a) 1,5
b) –1,5
c) 2,5
d) –2,5

Aqui temos duas equações para resolver.

Nosso objetivo final é encontrar o valor de "a", a partir da igualdade "a+b=4" mas precisaremos passar por algumas etapas. A questão já nos informa que o valor de "b" é a raiz/solução da equação 2/3 x+7=8 *então vamos começar por aqui.*

$\frac{2}{3}x + 7 = 8$ → *dica de ouro para quando vermos equações assim, com uma fração. Podemos multiplicar todos os termos da equação pelo número que está no denominador, assim, ele será eliminado, e ficará mais fácil de determinar o resultado.*

$\frac{2}{3}x + 7 = 8$ **(3)* → *$2x + 21 = 24$* → *agora usaremos todas aquelas estratégias.*

$2x + 21 = 24$ → *$2x = 24 - 21$* → *$2x = 3$* → $x = \frac{3}{2} \rightarrow x = 1{,}5$

Se analisarmos nossas alternativas, veremos que temos números decimais, então é mais conveniente deixar assim...

Voltando ao que nos informou a questão, a raiz da equação é o valor de "b", então agora fica fácil para determinar o valor de "a", usando a primeira equação que apresentei.

$a + b = 4$ → *substituindo b por 1,5*

a + 1,5 = 4 → trocando o 1,5 de membro e invertendo o sinal

a = 4 – 1,5

a = 2,5

ALTERNATIVA C

03.4 – SIMULADO

01 - Instituto UniFil - 2021 - Prefeitura de Cambé - PR - Técnico em Saúde Bucal
Considere o polinômio $P(x) = x^3 - x^2 + 3x - 3$ e o polinômio $Q(x) = x - 1$. Assinale a alternativa que apresenta o polinômio $D(x)$ que é o resultado da divisão $P(x)/Q(x)$.

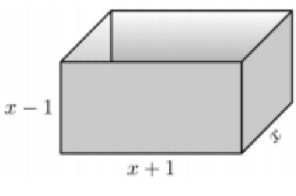
a) $D(x) = x^2 – 3$
b) $D(x) = x^2 + 2$
c) $D(x) = x^2 + 5$
d) $D(x) = x^2 – 10$
e) $D(x) = x^2 + 3$

02 - Instituto UniFil - 2021 - Prefeitura de Cambé - PR - Professor - Educação Infantil
Considere o polinômio $P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 4x + 2$ e o polinômio $Q(x) = 3x^2 + 2x - 1$. Assinale a alternativa que apresenta o polinômio $D(x)$ que é o resultado da divisão $P(x)/Q(x)$.

a) $D(x) = x^2 – 2$
b) $D(x) = x^2 + 2$
c) $D(x) = x^2 + 5$
d) $D(x) = x^2 – 10$
e) $D(x) = x^2 + 3$

03 - IMPARH - 2021 - Prefeitura de Fortaleza - CE - Professor Substituto - Matemática
Temos uma caixa no formato de um paralelepípedo retoretângulo com profundidade $x − 1$, comprimento $x + 1$ e largura x (em que $x \geq 1$ é um número real). Qual polinômio expressa o volume, $V(x)$, dessa caixa?

a) $V(x) = x^2 – 1$
b) $V(x) = x^3 – 1$
c) $V(x) = x^3 – x$
d) $V(x) = x^3 + 2x^2 + x$



04 - GUALIMP - 2020 - Câmara de Divino - MG - Secretário Adjunto
Dado o polinômio $P(x) = 4x^3 – 3x^2 – x^4$, pode-se dizer que P(x) é um polinômio do:

a) 2º grau
b) 3º grau
c) 4º grau
d) 9º grau.

05 - AMAUC - 2019 - Prefeitura de Irani - SC - Professor - Matemática
No desenvolvimento do binômio $(x + 5)^4$, obtemos um polinômio cujo coeficiente de x^2 é:

a) 150
b) 500
c) 125

d) 20
e) 25

06 - FUNDATEC - 2021 - Carris Porto-Alegrense - Auditor

Dentre as alternativas abaixo, aquela que apresenta o polinômio de maior grau é dada por:

a) $x^3 + 2x^2 - 9x$
b) $x^3 - 7x^4 - 9$
c) $x^2 - 4x - 4x^{\pi}$
d) $x^2 - 2x - 9$
e) $4x^3 + 23x - 19x^2$

07 - Método Soluções Educacionais - 2019 - Prefeitura de Arenápolis - MT - Técnico em Enfermagem

Acerca dos produtos notáveis, assinale a alternativa incorreta.

a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
b) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
c) $(a + b) \times (a - b) = a^2 - ab - b^2$
d) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

08 - FAUEL - 2018 - Prefeitura de Goioerê - PR - Advogado

Quantas soluções possui a seguinte equação:

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

a) Uma solução apenas
b) Duas soluções iguais
c) Duas soluções distintas
d) Nenhuma solução.

09 - Creative Group - 2021 - Prefeitura de Jequitibá - MG - Assistente Social

Quais os valores de x na equação $x^2 + 7x + 10 = 0$

a) 2 e 5
b) 7 e 10
c) -2 e -5
d) 2 e 5

10 - Instituto UniFil - 2021 - Prefeitura de Cambé - PR - Técnico em Saúde Bucal

Considere a equação quadrática $x^2 + 4x - 21 = 0$. Assinale a alternativa que apresenta a soma das raízes dessa equação.

a) -10
b) -4

c) 0
d) 4
e) 10

11 - OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Venâncio Aires - RS - Professor de Educação Infantil de EMEIS

Assinalar a alternativa que apresenta a equação que possui os números 5 e -4 como suas raízes:

a) $x^2 + x - 20 = 0$
b) $x^2 + x + 20 = 0$
c) $x^2 - x - 20 = 0$
d) $x^2 - x + 20 = 0$
e) $x^2 + x + 2 = 0$

12 - CONSESP - 2018 - Prefeitura de Extrema - MG - Assistente de Contabilidade

Assinale a alternativa que contém uma raiz da equação $x^2 – 16x = 0$

a) 13
b) 14
c) 16
d) 15

13 - Instituto Consulplan - 2021 - Prefeitura de Colômbia - SP - Monitor de Creche

Maurício alugou um apartamento em um prédio onde moram apenas matemáticos. Neste prédio, ele tem direito a uma vaga na garagem para colocar seu carro, mas o número da vaga foi passado a ele através da seguinte mensagem:
"O número de sua vaga na garagem é composto pela diferença entre as raízes da seguinte equação: $2x^2 – 70x = –600$."
Qual é o número da vaga de Maurício?

a) 5
b) 6
c) 7
d) 13

14 - Instituto Consulplan - 2020 - Prefeitura de Formiga - MG - Recepcionista

Se λ e δ são raízes reais da equação $x^2 + 7x – 98 = 0$, com $\lambda > \delta$, então $2\lambda + \delta$ é igual a:

a) – 21
b) – 7
c) 0
d) 7

15 - OMINI - 2021 - Prefeitura de Miguelópolis - SP - Professor de Educação Básica PEB II Geografia

João é professor, e utiliza alguns problemas no seu cotidiano. Em certo dia, João colocou seu filho de castigo, ficaria alguns dias sem o celular, e sabendo que seu filho é muito curioso, falou a ele que o castigo duraria uma certa quantidade de dias, que poderia ser encontrada através da média aritmética entre as raízes da equação $3x^2 - 36x + 96 = 0$. Quantos dias o filho de João ficará sem o celular?

a) 3
b) 6
c) 12
d) 18

16 - OMNI - 2021 - Conderg - SP - Enfermeiro

Na resolução de uma equação do 2º grau pode acontecer de encontrarmos dois valores iguais para as suas raízes, dois valores diferentes ou até mesmo de não haver solução. Resolvendo a equação $x^2 + 4x + 5 = 0$ podemos afirmar que:

a) Existe apenas uma raiz para a solução possível no conjunto dos números reais
b) As raízes são iguais
c) Não existe solução possível no conjunto dos números reais
d) As raízes são diferentes

17 - SETA - 2018 - Câmara de Ferraz de Vasconcelos - SP - Assistente Técnico Legislativo

O valor de $\frac{x^2-1}{x-1}$ para x = 1999 é:

Alternativas

a) 1779
b) 1800
c) 1900
d) 1998
e) 2000

18 - FUNDATEC - 2020 - Câmara de Imbé - RS - Oficial Administrativo

Assinale a alternativa que apresenta o resultado da seguinte operação:

(d + g).(j + k)

Alternativas

a) $d^2 + 2dg + 2dj + k^2$
b) $dj + dk + gj + gk$
c) $dj^2 + dk^2 + gj^2 + gk^2$
d) $dg + jk + dj + dk + gj + gk$
e) $dg^2 + jk + dj + dk + gj + gk^2$

19 - IDCAP - 2020 - Prefeitura de Fundão - ES - Arquivista

Um número natural n = 5 é determinado pela expressão $(x + y)^2 / (x + y).(x - y)$. Sendo y = 8 o valor de x será:

Alternativas

a) X = 4
b) X = 12
c) X = 18
d) X = 20
e) X = 5

20 - FUNDATEC - 2020 - Prefeitura de Imbé - RS - Agente Administrativo

O valor de "x" que torna verdadeira a igualdade x-1/3 + x-2/2 = 5 é apresentado na alternativa:

Alternativas

a) 38/3
b) 38/5
c) 38/7
d) 3/5
e) 5/3

21 - CONSESP - 2017 - Prefeitura de São Pedro - SP - Professor II Ensino Fundamental de Matemática

A multiplicação de $(x + 5)^2$ por $(x – 13)^3$ é igual a:

a) $x^5 – 29x^4 + 142x^3 + 1898x^2 – 9295x – 54925$.
b) $x^5 – 29x^4 + 142x^3 + 1898x^2 + 9295x – 54925$.
c) $x^5 – 29x^4 + 142x^3 + 1898x^2 – 9295x + 54925$.
d) $x^5 + 29x^4 + 142x^3 + 1898x^2 – 9295x – 54925$.

22 - UEPB - 2020 - Câmara de Cabedelo - PB - Auxiliar Legislativo

O valor numérico da expressão algébrica $\frac{2x^3 - 5x - 2}{x}$, para $x = -2$ é:

Alternativas

a) -4

b) 4
c) -2
d) -6
e) 6

23 - CETREDE - 2021 - Prefeitura de Icapuí - CE - Agente Administrativo

Se a = 4 e b = 3, então $a^2 + 3b – a$ é igual a

Alternativas

a) 20.
b) 21.
c) 22.
d) 23.
e) 24.

24 - CONSESP - 2018 - Prefeitura de Extrema - MG - Psicólogo Escolar

Assinale a alternativa que contém uma raiz da equação $x^2 – 16x = 0$

Alternativas

a) 13
b) 14
c) 16
d) 15

25 - FAUEL - 2021 - Prefeitura de São José dos Pinhais - PR - Guarda Municipal

Assinale a alternativa que traga uma afirmação correta da maior das soluções da equação:

$$\boldsymbol{x^2 + 2x - 15 = 0}$$

Alternativas

a) É ímpar.
b) É negativo.
c) É múltiplo de 4.
d) É um quadrado perfeito.
e) É igual a zero.

26 - FAUEL - 2018 - Prefeitura de Maringá - PR - Técnico de Higiene Dental - ESF

A razão entre o produto e a soma das raízes da equação $x^2 - 11/2x + 7 = 0$, é:

Alternativas

a) 8
b) 14/11
c) 11/14
d) 2/7

27 - CETREDE - 2021 - IMAMN - Analista Ambiental

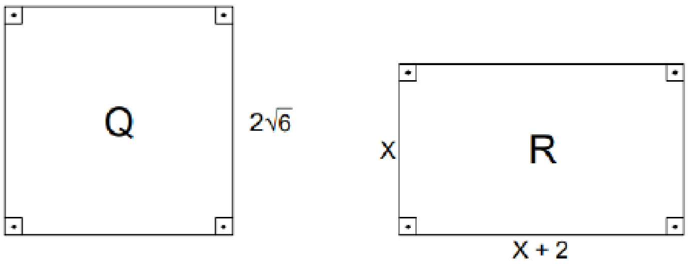
Quais as raízes da equação $X^2 - 6x - 16 = 0$

Alternativas

a) -2 e 8.
b) 1 e -1.
c) 2 e 5.
d) -2 e -1.
e) 1 e 8.

28 - AMAUC - 2019 - Prefeitura de Concórdia - SC - Professor - Matemática

O quadrado *Q*, mostrado na figura abaixo, com dimensões indicadas em metros e, um retângulo *R* , cujas medidas dos lados são indicados por dois números naturais pares consecutivos, têm áreas iguais.



A equação que permite calcular corretamente o valor de *x* é:

Alternativas

a) $2x^2 + x - 24=0$
b) $x^2 + x - 12 = 0$
c) $x^2 + x - 4\sqrt{6} = 0$
d) $4x^2 + 4x - 6= 0$
e) $x^2 + 2x - 24 = 0$

29 - GS Assessoria e Concursos - 2021 - Prefeitura de União do Oeste - SC - Farmacêutico

Se a diferença entre o maior valor e o menor valor das raízes da equação $-x^2 + 2x + 8 = 0$ é exatamente a idade de Luan, quantos anos ele tem?

Alternativas

a) Ele tem 4 anos.
b) Ele tem 6 anos.
c) Ele tem 2 anos.

d) Ele tem 8 anos.

30 - Instituto Excelência - 2017 - Prefeitura de Porto Feliz - SP - Auxiliar Educação Infantil

Identifique as raízes da equação $x^2 + 9x + 8$.

Alternativas

a) 1, 8
b) -1, -8
c) 1, -8
d) Nenhuma das alternativas.

31 - GS Assessoria e Concursos - 2021 - Prefeitura de Irati - SC - Professor de Educação Física
Analisando a equação do segundo grau $x^2 - 5x - 6 = 0$, podemos afirmar que ela possui:
Alternativas
a) nenhuma solução.
b) um número inteiro como solução.
c) dois números inteiros como solução.
d) três números inteiros com solução.
e) nenhuma das respostas anterior.

03.5 – Gabarito

01 – E

02 – A

03 – C

04 – C

05 – A

06 – B

07 – C

08 – C

09 – C

10 – B

11 – C

12 – C

13 – A

14 – C

15 – B

16 – C

17 – E

18 – B

19 – B

20 – B

21 – A

22 – B

23 – B

24 – D

25 – A

26 – B

27 – A

28 – E

29 – B

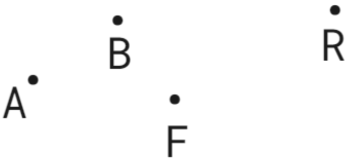
30 – B

04. GEOMETRIA PLANA

04.1 – Conceitos primitivos – Ponto, reta, plano

Não há definições para estes termos, justamente por isso chamamos de conceitos primitivos. Esses termos foram propostos pelo Matemático Euclides, assim, também podemos chamar este tópico de Geometria Euclidiana.

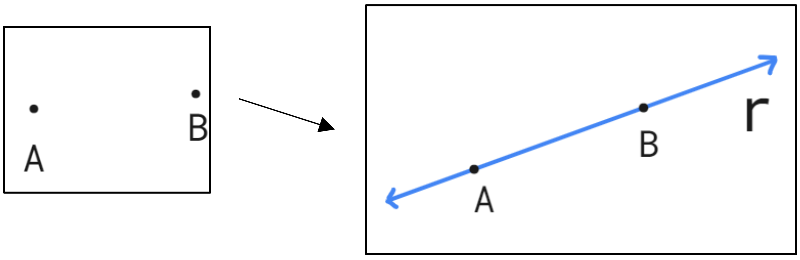
1 - Ponto: Elemento mais básico para a Geometria. É simbolizado por uma letra maiúscula do nosso alfabeto.



Tome nota: Não confundir com o círculo.

O ponto não possui dimensão no espaço.

2 - Reta: é um conjunto de infinitos pontos, de modo que seja uma linha reta.
Observe os pontos A e B. Vamos unir todos os infinitos pontos que existes entre os dois e além deles. A reta é simbolizada por letras minúsculas do alfabeto.



As setas nos dois lados indicam que as estas linhas se seguem infinitamente nas duas direções.

A notação para esta construção é assim:

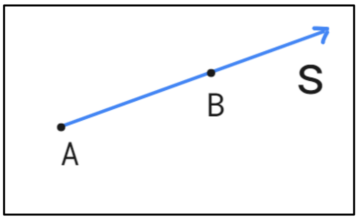
$\overleftrightarrow{AB}$ ou $\overleftrightarrow{BA}$ → "reta AB ou reta BA"

Tome nota: O desenho acima das letras se assemelha à construção.

Tome nota: A reta é o objeto geométrico que tem apenas uma direção.

A partir da reta, podemos ter duas outras construções.

Semirreta: Na reta não há início ou fim, mas na semirreta é como se usássemos metade da reta. Ela inicia-se em um dos pontos e segue-se infinitamente na outra direção.

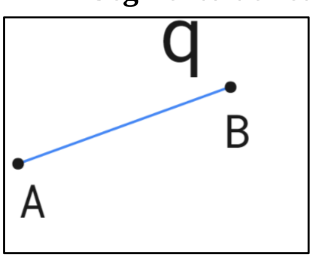


Esta semirreta começa no ponto A e passa pelo ponto B, seguindo ao infinito.

Sua notação é a seguinte.

$\overrightarrow{AB}$ → "semirreta AB"
Perceba que o lado que não há a seta é onde inicia a

Segmento de reta: O segmento de reta são todos os pontos delimitados entre dois pontos.

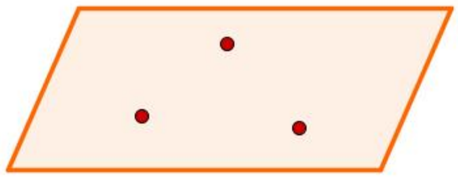


Não temos a presença de seta para nenhum dos dois lados. Pois o segmento é limitado para os dois lados.

A forma de descrever fica assim:

$\overline{AB}$ ou $\overline{BA}$ → "segmento de reta AB ou segmento de reta BA"

3 – Plano: assim como a reta é a união de infinitos pontos, o plano é a união de infinitas retas. Imagine a superfície de uma mesa. Um plano não pode formar uma curva.



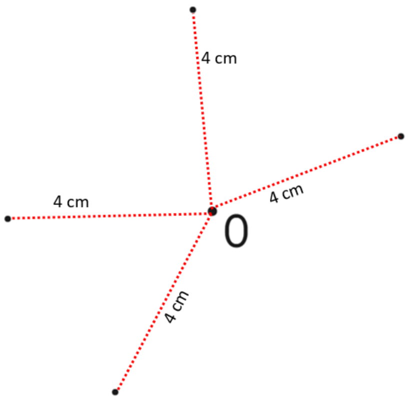
Aqui temos a construção de um plano.
Os pontos destacados estão contidos neste plano.
Através do plano, iremos realizar outras construções geométrica.

04.2 – Ângulos

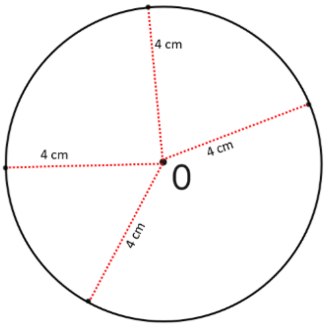
Um ângulo é: *a medida de abertura formada por duas semirretas de mesma origem.* Esta medida é simbolizada por ° (graus).

Para começarmos a compreender melhor esse conceito, vamos conhecer a circunferência.

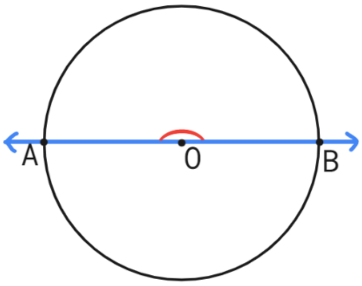
Circunferência: Figura geométrica formada pela união de todos os pontos que estão à mesma distância de um determinado ponto. (centro da circunferência)



Ao lado, selecionamos apenas alguns pontos, eles estão à mesma distância do ponto O, que é o centro. Unindo todos os infinitos pontos que estão a 4 cm do centro teremos essa figura:



Uma circunferência tem um ângulo total de 360°, isto corresponde a uma volta completa. É como se ela fosse dividia em 360 partes iguais, e cada parte valer 1°. Iremos determinar a medida dos outros ângulos dependendo da abertura formada pelas semirretas. Por exemplo, a partir do centro O, traçaremos duas semirretas para dois pontos distintos das circunferências.

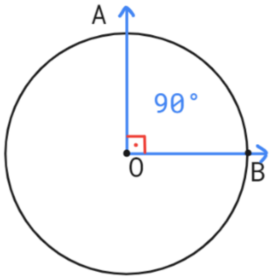


A marcação em vermelho serve para indicar o ângulo que estamos usando, ou a direção. Nesta representação ao lado perceba que dividimos a circunferência ao meio, então esse ângulo equivale a metade de uma circunferência, sendo igual a 180°. Para descrever um ângulo iremos precisar dos três pontos usados, e como o ponto O é o ponto de onde sai as duas semirretas, ele será a origem do ângulo.

$A\hat{O}B$ *ou* $B\hat{O}A$ → "ângulo AOB ou ângulo BOA"
O acento circunflexo na letra O serve para indicar que ele é a origem.

Tome nota: o ângulo de 180° tem um nome em particular, é chamado de *ângulo raso.* É a representação de meia-volta.

Outro ângulo importante é o que tem valor de 90°, equivale a ¼ de uma volta.



Observe que usamos um símbolo diferente no ângulo de 90°. Este símbolo nos permite identificar de cada este ângulo em qualquer situação. Se há o símbolo, pode crer que ali vale 90°.

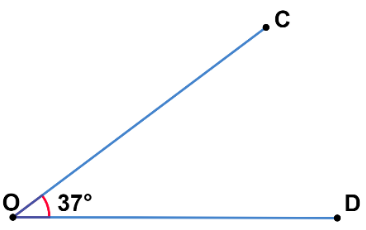
Tome nota: Este ângulo é chamado de *ângulo reto*.

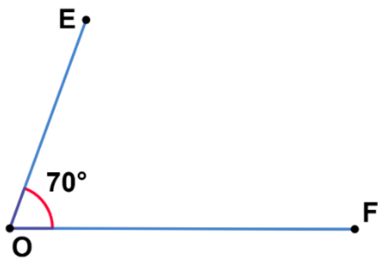
Nessa construção, temos uma semirreta exatamente sobre a outra, o que significa que não há nenhuma abertura entre elas. Portanto, vale 0°.

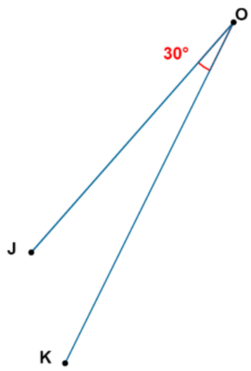
Tome nota: O ângulo de 0° é chamado de *ângulo nulo*.

Agora vamos analisar este ângulo:

Qualquer abertura de ângulo que seja maior que 0° grau e menor que 90° é chamado de ângulo agudo, veja algumas representações.



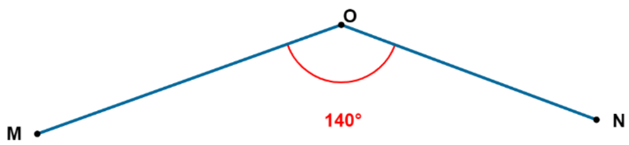


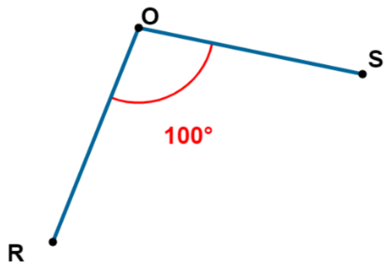


Perceba que todos estes ângulos acima são menores que maiores que 0° e menores que 90°. *Ângulos Agudos.*

Os ângulos que são maiores que 90° e menores que 180° também tem um nome em particular, são os *ângulos obtusos.*

Veja alguns exemplos:

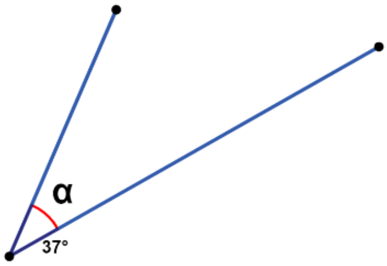




Tome nota:
Ângulo nulo: = 0°;
Ângulo agudo: maior que 0° e menor que 90°;

Ângulo reto: = 90°;
Ângulo obstuso: maior que 90° e menor que 180°;
Ângulo raso: = 180°.

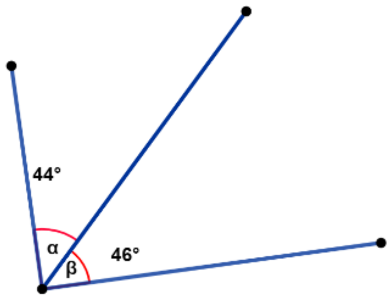
Um ângulo também pode ser denominado por uma letra grega.



O símbolo α, é a letra grega *alfa*.

Temos então o ângulo α que mede 37°

Ângulos complementares: ângulos cujo a soma mede 90°.



Perceba que, ao somarmos os ângulos α *e* β "alfa e beta", teremos:

$\alpha + \beta = 44° + 46° = 90°$

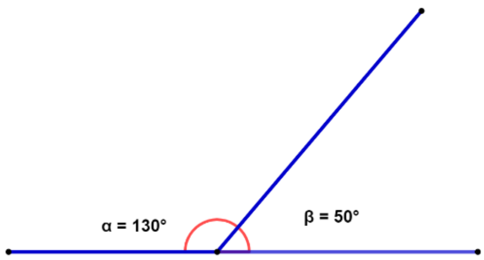
Com isso, o ângulo de 44° é complementar de 46° e vice-versa. Para descobrirmos o complementar de um ângulo, precisamos realizar a subtração de 90° pelo ângulo desejado.

Ex.:

Para descobrir a complementar de 23°, podemos fazer:

90° - 23° = 67°

Ângulos suplementares: ângulos cujo a soma mede 180°



Aqui a ideia é semelhante, ao somarmos
$\alpha + \beta = 130° + 50° = 180°$

Para encontrarmos o ângulo suplementar de alguém, precisaremos então subtrair 180° do ângulo em questão.

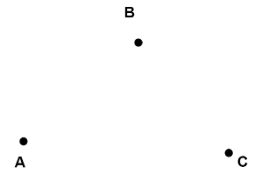
O ângulo suplementar de 140°, faremos também a subtração.

180° - 140° = 40°

04.3 – Polígonos

04.3.1 – Definição, elementos, nomenclatura e classificações

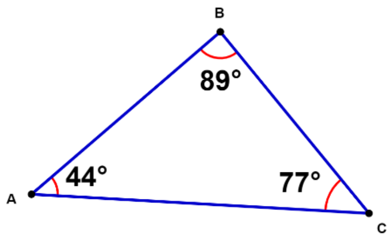
A definição de polígonos é a seguinte: são figuras geométricas planas e fechadas, formadas por segmentos de retas. Tomemos por exemplos, três pontos que estão no mesmo plano.



Iremos traçar três segmentos de retas, formando uma figura fechada.

$\overline{AB}; \overline{BC}; \overline{CA}$

Ao construir esses três segmentos, teremos a presença de três ângulos.



Em um polígono teremos três elementos básicos.

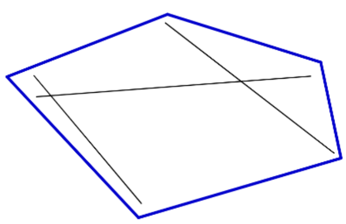
Os pontos são chamados de *vértices*.
Os segmentos de retas são os *lados*, que são conectados pelos vértices.
Temos também a presença dos *ângulos.*

O nome de cada polígono vai depender da quantidade de lados que ele tiver.

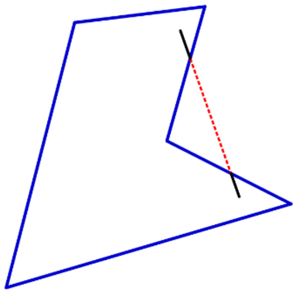
Quantidade de lados	Nome
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undodecágono
12	Duodecágono
15	Pentadecágono
20	Icoságono

Os polígonos possuem algumas classificações importantes a serem notadas;

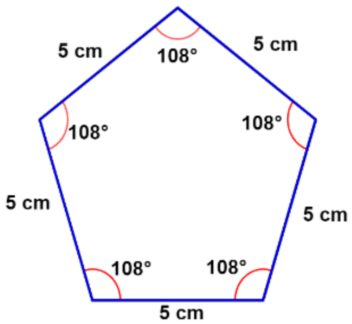
Polígono convexo: ao traçar um ou mais segmentos de retas, todos os pontos estão contidos no polígono.



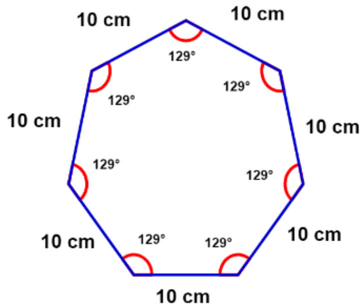
Polígono côncavo ou não convexo: ao traçar ao menos um segmento de reta, parte do segmento ficam externos ao polígono.



Polígono regular: polígono que tem todos os lados e ângulos de mesmo tamanho.

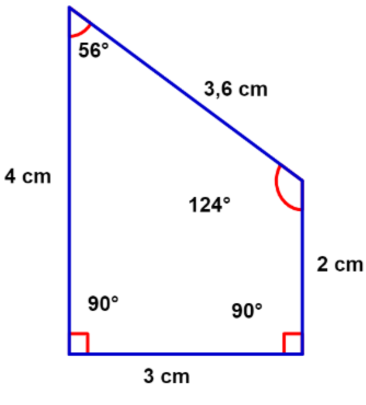


Pentágono regular



Heptágono regular

Polígono irregular: polígono que tem lados e ângulos de medidas diferentes.



Quadrilátero irregular

04.3.2 – Soma dos ângulos internos e soma dos ângulos externos de um polígono regular

Soma dos ângulos internos: Iremos simbolizar a soma dos ângulos internos por S_i. Para facilitar, precisaremos de uma fórmula.

$$\boxed{S_i=(n-2)*180°}$$

onde n é a quantidade de lados do polígono regular. Vamos ver alguns exemplos com alguns polígonos.

Um triângulo regular tem 3 lados. Nesse caso, $n=2$, vamos substituir na fórmula.

$S_i=(n-2)*180°$
$S_i=(3-2)*180°$
$S_i=1*180°$
$S_i=180°$

Para determinarmos quantos graus mede cada ângulo interno (a_i), precisamos dividir a soma dos ângulos pela quantidade de lados.

$$\boxed{a_i=\frac{S_i}{n}}$$

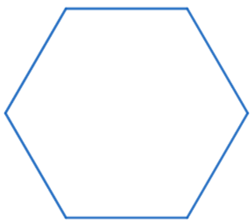
$$a_i=\frac{180°}{3}$$

$a_i=60°$

Com isso, descobrimos que em um triângulo regular, cada ângulo interno mede 60° e a soma de seus ângulos internos vale 180°.

Soma dos ângulos externos: Simbolizaremos por S_e

Vamos analisar um hexágono regular.
Para calcular a soma dos ângulos externos, temos que conhecer quanto mede cada ângulo interno.



Vamos aplicar a fórmula da soma dos ângulos internos, com n = 6
$S_i=(n-2)*180°$
$S_i=(6-2)*180°$
$S_i=4*180°$
$S_i=720°$

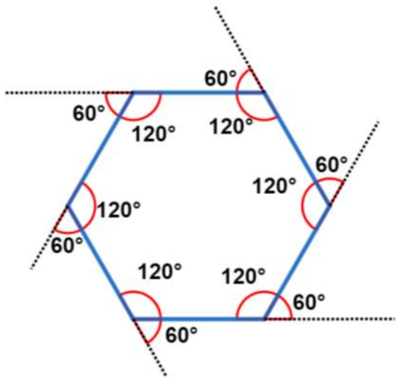
Para determinar quanto vale cada ângulo interno, vamos usar aquela segunda fórmula.

$$a_i=\frac{S_i}{n}$$

$$a_i=\frac{720°}{6}$$

$a_i=120°$

Com a medida do ângulo interno podemos encontrar a medida de cada ângulo externo, pois o ângulo interno acaba sendo o ângulo suplementar ao ângulo interno. Podemos verificar isso fazendo uma prolongação a cada lado do hexágono.

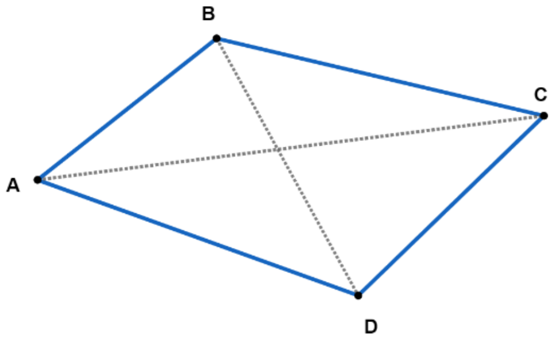


O ângulo suplementar de 120° é 60°.
Pelo fato de estarmos analisando um hexágono, esse ângulo deve ser multiplicado por 6.
60° * 6 = 360°

S_e=360°

04.3.3 – Número de diagonais de um polígono

Outro elemento importante no polígono são as diagonais. As diagonais são segmentos de retas traçados de vértices não consecutivos. Veja um exemplo com um quadrilátero.



A partir desse quadrilátero podemos formar duas diagonais. Uma através do segmento de reta $\overline{AC}$, que acaba sendo a mesma que a diagonal do segmento de reta $\overline{CA}$; e outra diagonal pelo semento de reta $\overline{BD}$, que da mesma forma, é a mesma diagonal que o segmento de reta $\overline{DB}$

Existe uma fórmula para facilitar este cálculo:

$$\boxed{d = \frac{n * (n-3)}{2}}$$

Tome nota: Lembre-se que *n* é a quantidade de lados do polígono.

Vamos determinar quantas diagonais há em um octógono.
Ao falarmos de um octógono, temos uma figura de 8 lados, ou seja, *n = 8.*

Podemos simplesmente trocar a quantidade de lados na fórmula.

$$d = \frac{8 * (8-3)}{2}$$

$$d = \frac{8 * 5}{2}$$

$$d = \frac{40}{2}$$

$$d = 20$$

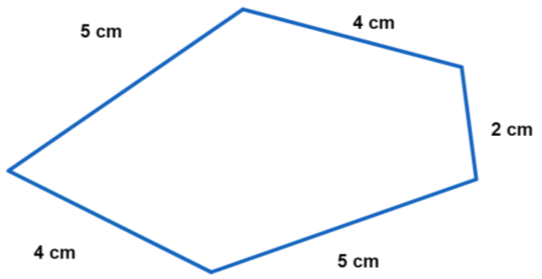
Com isso, concluímos que um octógono possui 20 diagonais.

04.4 – Perímetro de um polígono qualquer

A determinação de um perímetro (P), independentemente do tipo do polígono é feito a partir da soma da medida do seu contorno.

P = soma da medida do contorno.

Veja alguns exemplos.

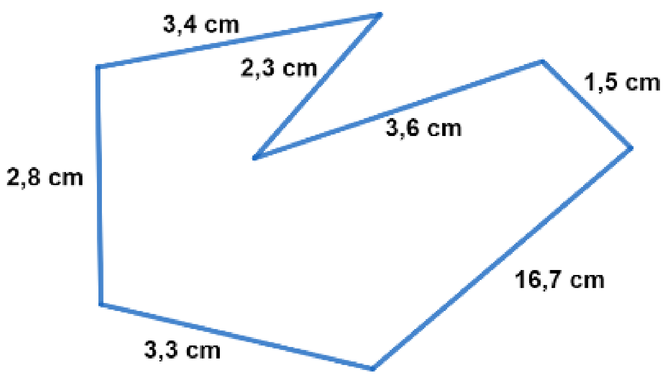


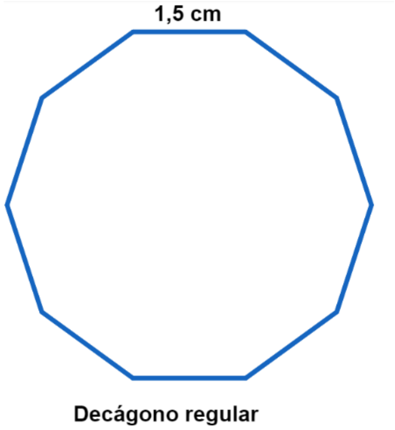
P = 5 + 4 + 2 + 5 + 4
P = 20 cm

Em alguns casos, precisaremos determinar o semiperímetro (p), basta dividirmos o valor do perímetro pela metade.

$p = \frac{P}{2} \rightarrow p = \frac{20}{2} \rightarrow p = 10\ cm$

P = 3,4 + 2,3 + 3,6 + 1,5 + 16,7 + 3,3 + 2,8
P = 33,6 cm





Para os polígonos regulares não há a necessidade de somar todos os lados, já que eles têm a mesma medida. Podemos simplesmente multiplicar a medida do lado, pela quantidade de lados.

Para um decágono regular:
P = 1,5 * 10
P = 15 cm

04.5 – Triângulos

Vamos começar a falar de alguns polígonos específicos e de suas propriedades.

04.5.1 – Classificações

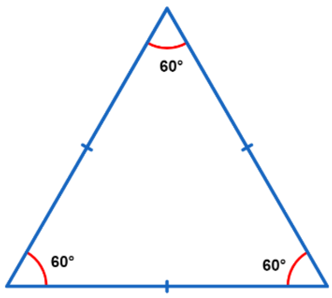
Conforme já foi dito antes, os triângulos são os polígonos que têm:

Três lados;
Três vértices;
Três ângulos internos e três externos;
E não podemos traçar diagonais em seu interior.

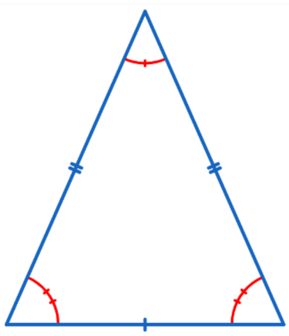
Vamos verificar então os tipos de triângulos quanto aos lados e ângulos:

Quanto aos lados:

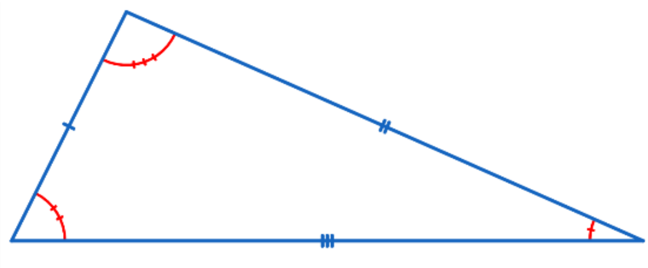
Triângulo equilátero:
Possui todos os lados iguais, também pode ser chamado de *triângulo regular*. Os riscos nos lados do triângulo indicam que as medidas são iguais.
(Por consequência, todos os ângulos também são iguais)



Triângulo isósceles:
Possui dois lados iguais e um lado diferente, da mesma forma, ele terá dois ângulos iguais e um diferente. Os riscos nos lados e ângulos indicam quem é igual ou diferente.

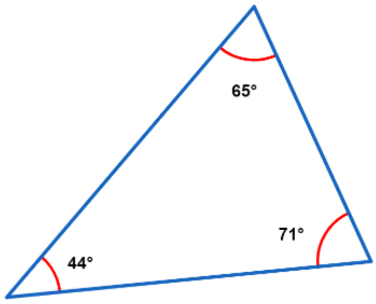


Triângulo escaleno:
Todos os seus lados possuem medidas diferentes. Assim como nos casos anteriores, os seus ângulos também serão diferentes.

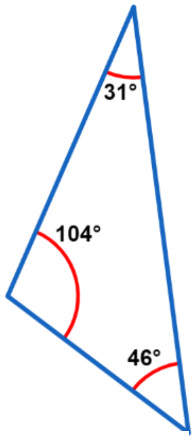


Quanto aos ângulos:

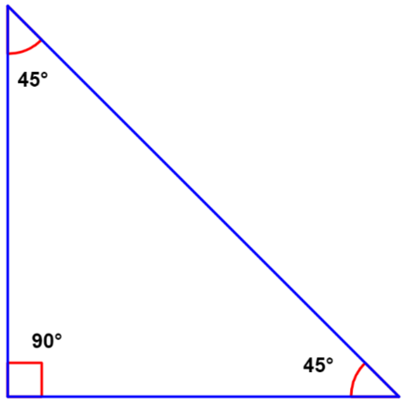
Triângulo acutângulo:
Todos os seus ângulos são agudos, ou seja, menores que 90°.



Triângulo obtusângulo:
Possui um ângulo obtuso e dois ângulos agudos.



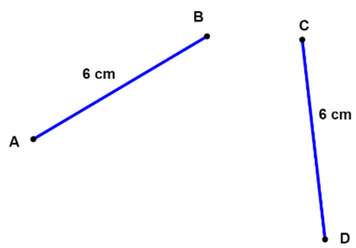
Triângulo Retângulo
Possui um ângulo reto e dois ângulos agudos



04.5.2 – Congruência de triângulos

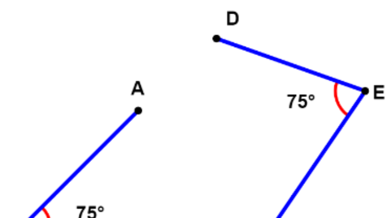
Determinar de dois ou mais triângulos são congruentes significa verificar se seus lados e ângulos são congruentes, ou seja, se ao sobrepor um triângulo ao outros, os lados e ângulo se coincidirão.

Vamos primeiramente ver casos de congruência entre segmentos de reta e de ângulos.



Tanto o segmento de reta $\overline{AB}$ quanto o segmento $\overline{CD}$, medem 6 cm, portanto, as congruentes.
A representação de congruência fica assim:

$\overline{AB} \equiv \overline{CD}$

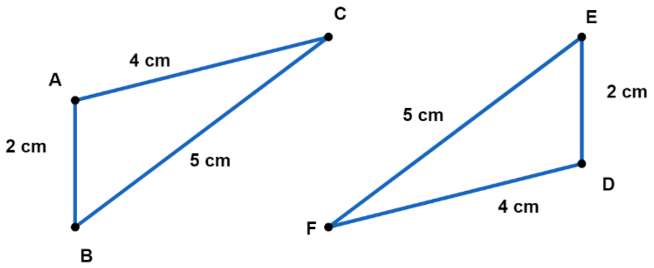


Neste caso, o ângulo $\widehat{B}$ e o ângulo $\widehat{E}$ possui a mesma medida de abertura, então, são congruentes.

No entanto, em um triângulo, como sabemos, há 3 lados e 3 ângulos. Mas não precisamos verificar cada lado ou cada ângulo, há alguns casos que nos fazem realizar essa verificação de forma mais fácil.

1° caso: L – L – L (lado-lado-lado)

Se tivermos a informação de todos os lados do triângulo são congruentes, automaticamente todos os ângulos também serão.



Observe as seguintes congruências entre os segmentos de retas que formam os triângulos:

$\overline{AB} \equiv \overline{DE}$

$\overline{BC} \equiv \overline{EF}$

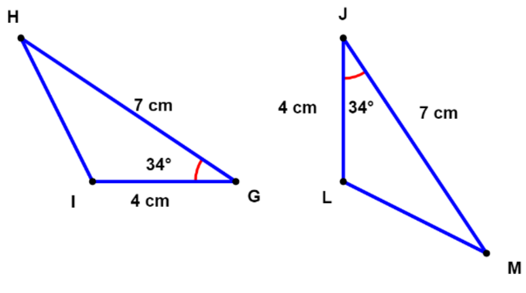
$\overline{CA} \equiv \overline{FD}$

Como os lados são congruentes, todo o triângulo também será.
Iremos fazer a seguinte notação:

$\Delta ABC \equiv \Delta DEF$

2° caso: L – A – L (lado – ângulo – lado)

Ao termos 2 lados e o ângulo formado entre eles sendo congruentes ao outro triângulo, todo o triângulo também será congruente.



Perceba as congruências que temos aqui:

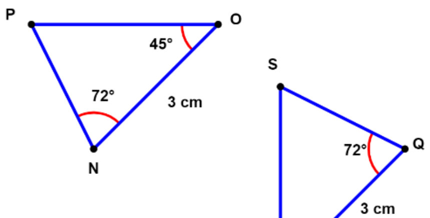
$\overline{HG} \equiv \overline{MJ}$

$\hat{G} \equiv \hat{J}$

$\overline{GI} \equiv \overline{JL}$

Portanto:
$\Delta GHI \equiv \Delta JML$

3° caso: A – L – A (ângulo – lado – ângulo)
Aqui é situação oposta à que vimos acima, iremos verificar dois ângulos e o lado que está entre eles.



As congruências são:

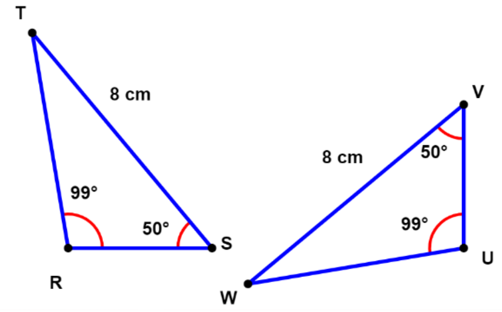
$\hat{N} \equiv \hat{Q}$

$\overline{NO} \equiv \overline{QR}$

$\hat{O} \equiv \hat{R}$

4° caso: L – A – Ao (lado – ângulo – ângulo oposto)

Ao mencionar de ângulo oposto, é o ângulo que está “de frente” ao lado mencionado.



No primeiro triângulo em oposição ao lado $\overline{ST}$ há o ângulo $\widehat{R}$, e no segundo o lado $\overline{VW}$ é quem está oposto ao ângulo $\widehat{U}$.

$\overline{ST} \equiv \overline{VW}$

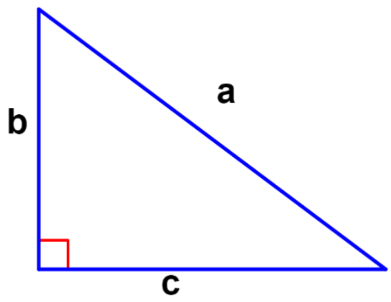
$\widehat{V} \equiv \widehat{S}$
$\widehat{R} \equiv \widehat{U}$

Portanto:
$\Delta ONP \equiv \Delta QRS$

04.5.3 – Triângulo Retângulo – Teorema de Pitágoras

Resumidamente, o Teorema de Pitágoras serve para descobrirmos um dos lados de um triângulo retângulo, desde que tenhamos duas das medidas.

Para isso, iremos identificar os lados do triângulo retângulo da seguinte forma:



O lado *a* será chamado de *hipotenusa*, que será sempre o maior lado do triângulo retângulo, outra forma de identificá-la, é notar que ela sempre está em oposição ou “de frente” ao ângulo reto.

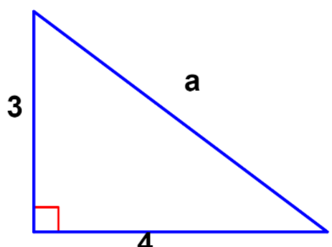
Os demais lados, *b*, *c* são chamados de *catetos*. Que são os lados que formam o ângulo reto.

O Teorema de Pitágoras é definido pela fórmula:

$$\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2}$$

É a famosa fórmula que dizemos: “o quadrado da hipotenusa é igual a soma do quadrado dos catetos”.

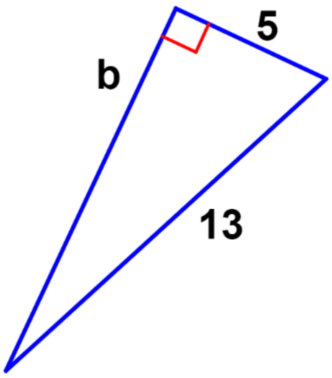
E sua aplicação é bem simples: iremos substituir dois lados conhecidos no local adequado, e realizar as operações necessárias.



Neste triângulo temos dois lados conhecidos, que são os catetos. Precisamos determinar o valor da hipotenusa. Então vamos fazer a substituição dos valores na fórmula:
$a^2 = b^2 + c^2$
$a^2 = 3^2 + 4^2$
$a^2 = 9 + 16$
$a^2 = 25 \rightarrow$ quando chegarmos neste ponto, iremos usar a operação inversa do “elevado ao quadrado”, que é a raiz quadrada, no outro

Através da fórmula e realizando cada procedimento com cuidado, encontramos o valor 5, que é a medida da hipotenusa.

Vamos verificar com um outro exemplo:

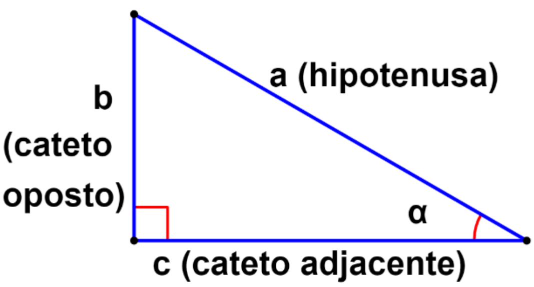


Neste caso, temos o valor da hipotenusa e de um dos catetos e devemos encontrar o valor do outro, usando a fórmula, temos o seguinte:

$a^2 = b^2 + c^2$
$13^2 = 5^2 + c^2$
$169 = 25 + c^2$ → aqui, iremos trocar o 25 para o outro lado da igualdade, ao fazermos isso, ele ficará negativo.
$169 - 25 = c^2$
144 = c^2 → vamos apenas trocar as posições, sem alterar qualquer sinal
$c^2 = 144$ → Trocando o quadrado pela raiz quadrada...
$c = \sqrt{144}$
$c = 12$

04.5.4 – Triângulo Retângulo – Noções de Trigonometria

Continuando a explorar o triângulo retângulo, veremos novas propriedades e novos elementos.



Agora, além do ângulo de 90°, teremos um outro ângulo como referência, de forma geral, chamaremos de ângulo alfa. A hipotenusa continua a mesma, contudo, os catetos terão algumas especificidades. O *cateto adjacente*, é aquele que está "junto" (por isso o nome), ao ângulo em questão. Perceba que esta logo ao lado do ângulo α. O *cateto oposto*, como o próprio nome já nos informa, está em oposição ou "em frente" ao ângulo α.

Com essas informações, conseguiremos as relações trigonométricas do triângulo retângulo:

$$sen\ \alpha = \frac{c.o}{hip}$$

$$cos\ \alpha = \frac{c.a}{hip}$$

$$tg\ \alpha = \frac{c.o}{c.a}$$

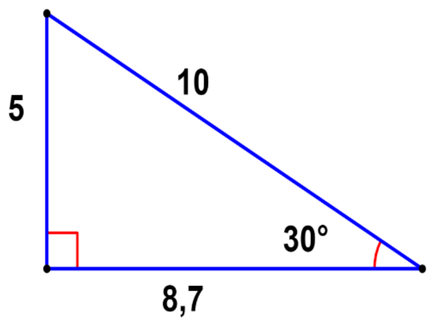
Tome nota:

sen α – “seno de alfa”

Cos α – “cosseno de alfa”

Tg α – “tangente de alfa”

Vamos analisar tudo isso em alguns triângulos:

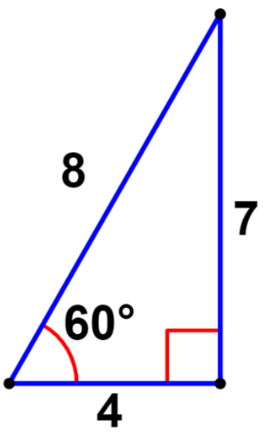


Estamos tomando como referência o ângulo de 30°. Para determinar o valor do seno de 30°, de acordo com a fórmula, precisamos fazer a divisão entre o cateto oposto pela hipotenusa:

$$sen\ \alpha = \frac{c.o}{hip}$$

$$sen\ 30° = \frac{5}{10}$$

$$sen\ 30° = \frac{1}{2} \text{ ou } 0{,}5$$

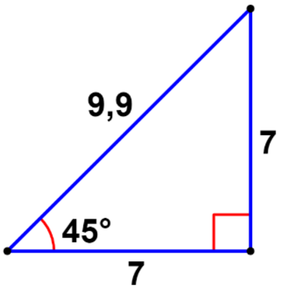


A partir deste triângulo, vamos determinar o cosseno de 60°. Vamos à fórmula:

$$cos\ \alpha = \frac{c.a}{hip}$$

$$cos\ 60° = \frac{4}{8}$$

$$cos\ 60° = 0{,}5$$



Neste triângulo vamos determinar a tangente de 45°, dividindo o cateto oposto pelo cateto adjacente.

$$tg\ \alpha = \frac{c.o}{c.a}$$

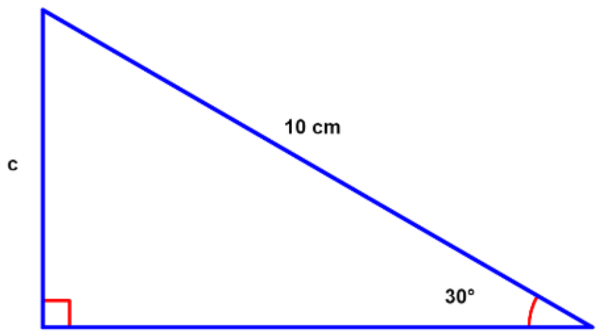
$$tg\ 45° = \frac{7}{7}$$

$$tg\ 45° = 1$$

Há uma tabelinha que indica os valores de seno, cosseno e tangente de alguns ângulos notáveis, veja:

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Com isso, também podemos determinar a medida de lados desconhecidos do triângulo retângulo sem precisar usar o Teorema de Pitágoras.



Veja que, temos o valor da hipotenusa, o ângulo de 30°. E precisamos de encontrar o valor do lado c. Precisamos identificar qual fórmula usar. Perceba que o lado c está em oposição ao ângulo de 30° (cateto oposto). Sendo assim, iremos usar a fórmula do seno.

$$sen\ \alpha = \frac{c.o}{hip}$$

De acordo com a tabela, o seno de 30° é $\frac{1}{2}$; a hipotenusa vale 10. Fazendo a substituição temos:

$sen\ \alpha = \frac{c.o}{hip}$ → $sen\ 30° = \frac{c}{10}$ → $\frac{1}{2} = \frac{c}{10}$ → aqui vamos multiplicar cruzado...

2c = 10 → então vamos fazer a divisão de 10 por 2

c = 10/2

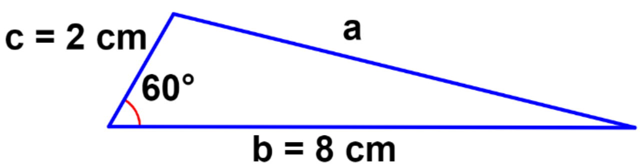
c = 5

04.5.5 – Lei dos Cossenos e Lei dos Senos

As aplicações anteriores servem apenas para triângulos retângulos, para os demais (triângulo acutângulo e triângulo obtuso), usaremos outras duas fórmulas.

Lei dos cossenos

Tome por exemplo este triângulo:



Temos 2 lados e um ângulo. Além disso, o lado que precisamos encontrar está em oposição ao ângulo apresentado. Podemos então usar a lei dos cossenos.

De forma geral, a fórmula é a seguinte:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 * b * c * cosA$$

Pela tabela apresentada anteriormente, Cos 60° = 1/2. Vamos fazer as substituições necessárias:

$a^2 = 8^2 + 2^2 - 2 * 8 * 2 * cos60°$

$a^2 = 64 + 4 - 16 * 2 * 1/2$

$a^2 = 68 - 16$

$a^2 = 52$

$a = \sqrt{52}$

$a \cong 7{,}2$ cm

Tome nota: Usaremos este método quando tivermos dois lados e o ângulo formado entre eles.

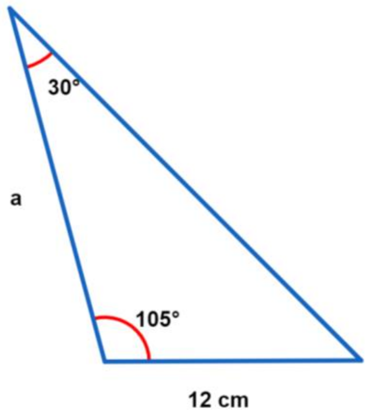
Lei dos Senos

A lei dos Senos trata da proporção entre as medidas e ângulos. Ela serve para quando tivermos dois ângulos e uma medida, e precisamos localizar o valor de algum outro lado.

A fórmula da lei é a seguinte:

$$\frac{a}{Sen\ A} = \frac{b}{Sen\ B} = \frac{c}{Sen\ C}$$

No caso, podemos usar apenas duas dessas frações para montar a nossa proporção. Veja em um exemplo:



Neste triângulo, iremos determinar a medida do lado "a" usando a lei dos senos. Para isso é preciso observar um detalhe, o lado que está de "frente" ao ângulo de 30° é a medida de 12 cm, precisamos usar o ângulo que está de "frente" ao lado "a", mas perceba que imagem não informa. Porém é tranquilo de determinar, já que a soma dos ângulos internos do triângulo é 180°, basta fazer uma rápida subtração: 180° - 30° - 105° = 45°

O outro ângulo então é de 45°. Baseando-se na fórmula, teremos a seguinte relação:

$\frac{12}{Sen\ 30°} = \frac{a}{Sen\ 45°}$ (De acordo com a tabela das relações anteriores, podemos fazer as substituições):

$\frac{12}{\frac{1}{2}} = \frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ (Podemos cancelar, os denominadores "2", ficando apenas o seguinte:

$\frac{12}{1} = \frac{a}{\sqrt{2}}$ → Neste ponto, podemos fazer uma multiplicação cruzada (o numerador de uma fração multiplica o denominador de outra)

a = 12 * $\sqrt{2}$

a ≅ 16,97

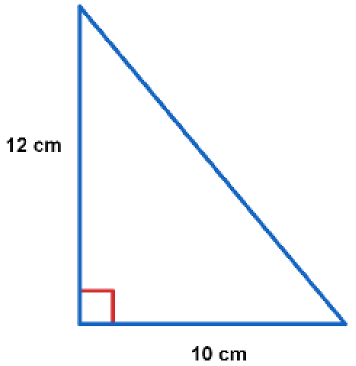
04.5.6 – Área de triângulos

Há várias formas de determinar a área de um triângulo, depende do formato do triângulo e das informações que temos. Acompanhe as principais formas:

1° forma: triângulo qualquer

$\boldsymbol{A = \frac{b*h}{2}}$ (b – base; h – altura)

Essa é a fórmula mais simples, para usá-la precisamos apenas do valor da base e também da altura do triângulo. Ela funciona para qualquer tipo de triângulo. Acompanhe:



Em um triângulo retângulo, a base e a altura são os lados que formam o ângulo de 90°. Aqui a base vale 10 cm e a altura vale 12 cm. Aplicando na fórmula, obtemos o seguinte resultado:

$A = \frac{b * h}{2}$

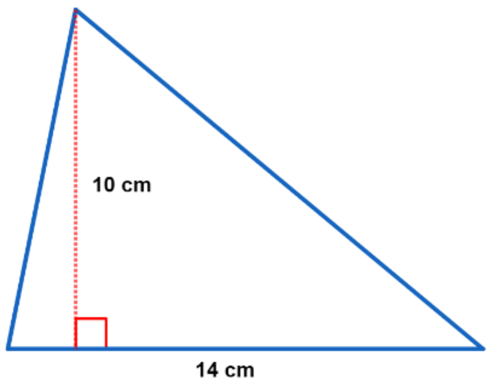
$A = \frac{10 * 12}{2}$

$A = \frac{120}{2}$

A = 60 cm²

Obs.: Por estarmos tratando de área, precisamos colocar o expoente 2 na unidade de medida.

Em triângulos que não sejam retângulos, a altura deve estar indicada assim:



A altura está na parte interna do triângulo, perceba que forma um segmento de reta do vértice até um ponto da base e além disso, deve formar um ângulo reto em relação à base. Mas aplicando na fórmula, temos:

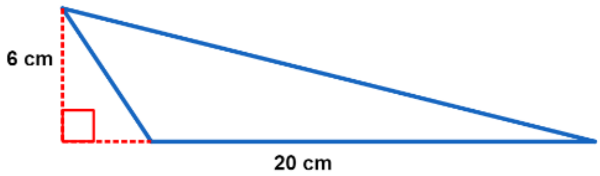
$A = \frac{b * h}{2}$

$A = \frac{14 * 10}{2}$

$A = \frac{140}{2}$

A = 70 cm²

Veja em um outro caso:



A altura é a medida de 6 cm, e a base é 20 cm.

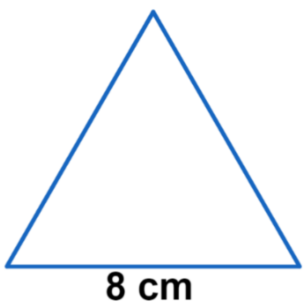
$$A = \frac{b * h}{2}$$
$$A = \frac{20 * 6}{2}$$
$$A = \frac{120}{2}$$

A = 60 cm²

2° caso: triângulo equilátero

$\boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{l^2 * \sqrt{3}}}{\boldsymbol{4}}$ (l – medida do lado)

Sabemos que em um triângulo equilátero todos os lados têm a mesma medida, então ele tem uma fórmula especial. É necessário somente o valor do lado. Vamos ver um exemplo:



Utilizando a fórmula, iremos somente trocar a letra “l” por 8.

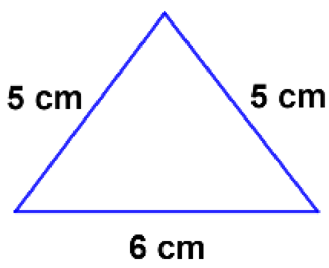
$$A = \frac{l^2 * \sqrt{3}}{4}$$
$$A = \frac{8^2 * \sqrt{3}}{4}$$
$$A = \frac{64 * \sqrt{3}}{4}$$

$A = 16\sqrt{3}$ cm² ou

$A \cong 27{,}71\ cm^2$

3° caso: Triângulo isósceles

Relembrando a característica do triângulo isósceles: *Duas medidas iguais e uma diferente*. Com isso a altura deste triângulo o divide exatamente em dois triângulos retângulos. Assim, podemos determinar a altura pelo Teorema de Pitágoras e usar a fórmula básica já usada no 1° caso.



Inicialmente iremos determinar a altura, traçando um segmento de reta do vértice onde os lados de 5 cm se encontram, este segmente de reta deve formar um ângulo de 90° no lado que vale 6 cm, sendo assim, este lado da base será divido em duas partes iguais. A partir daí, escolha um dos triângulos e aplique o Teorema de Pitágoras

O segmento de reta “h” será a altura. Substituindo as informações pelo

Com essa informação, podemos usar a 1° fórmula que conhecemos:

$$A = \frac{b * h}{2}$$

Agora vamos voltar a ver o triângulo maior, então a base será 6 cm;

$$A = \frac{6 * 4}{2}$$

$$A = \frac{24}{2}$$

A = 12 cm²

4° caso: Triângulo escaleno

Sabemos que o triângulo escaleno possui todos os lados com medidas diferentes. A fórmula mais comum para o cálculo de sua área é a Fórmula de Heron. Pode ser usada desde que tenhamos a medida de todos os lados.

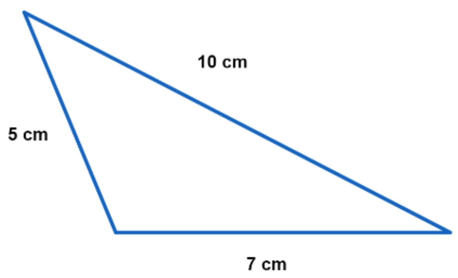
Tome nota: esta fórmula serve para qualquer triângulo, sabendo-se de todas as medidas.

Fórmula de Heron

$$\boldsymbol{A = \sqrt{p * (p - a) * (p - b) * (p - c)}}$$

A letra "p" indica o semiperímetro do triângulo, ou seja, é a metade do valor do perímetro. As letras "a, b e c" são os lados do triângulo.

Veja em um exemplo:



Vamos considerar que:
a = 10; b = 7 e c = 5
Primeiramente vamos calcular o valor do semiperímetro, que é somente o valor do perímetro dividido por 2.

$$p = \frac{10 + 7 + 5}{2} = 11$$

Então vamos usar a fórmula e fazer as substituições correspondentes:

$A = \sqrt{11 * (11 - 10) * (11 - 7) * (11 - 5)}$

$A = \sqrt{11 * 1 * 4 * 6}$

$A = \sqrt{264}$

$A \cong 16{,}2 \text{ cm}^2$

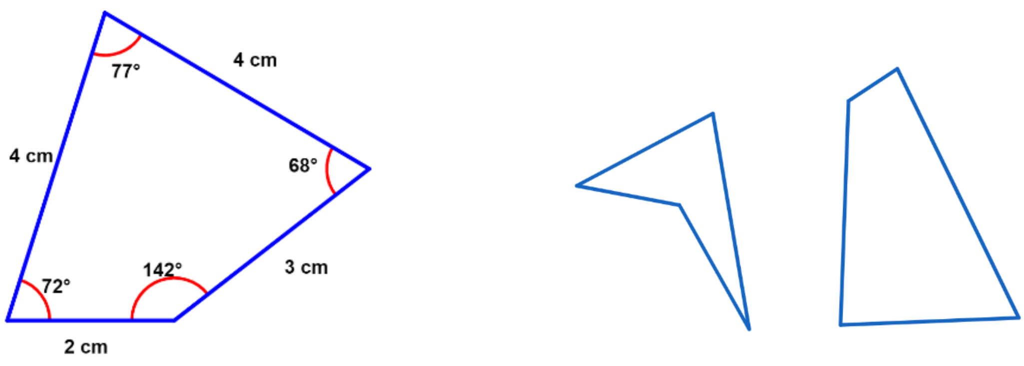
04.6 – Quadriláteros

04.6.1 – Definição e nomenclatura

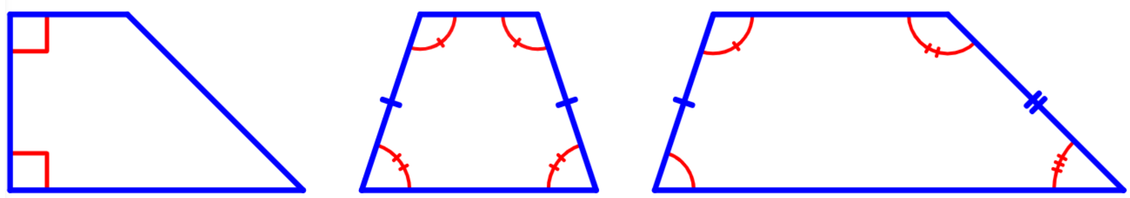
Por definição, quadriláteros são as figuras geométricas que contém 4 lados, 4 ângulos e 4 vértices. Porém, as medidas e formas desses lados podem se apresentar de diferentes formas, e por isso, os quadriláteros podem apresentar classificações e propriedades diferentes e até mesmo diferentes fórmulas de determinar suas áreas.

Vamos conhecer primeiramente as classificações e nomenclaturas dos quadriláteros:

Quadriláteros quaisquer: Não possui nenhuma regularidade quanto as medidas dos lados ou dos ângulos.



Trapézio: é o quadrilátero que tem apenas um par de lados paralelos. Além disso, ele possuirá diferentes classificações dependendo de como os ângulos se apresentam.

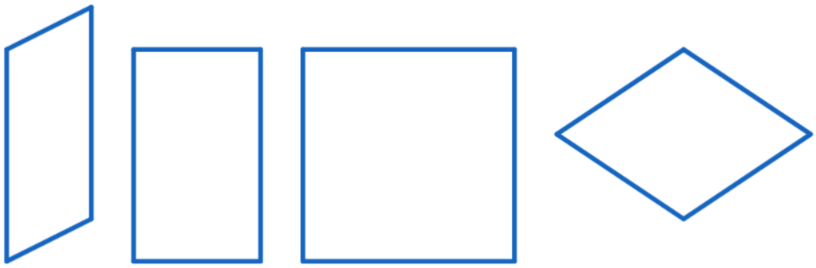


Trapézio isósceles: Os

Trapézio escaleno: os

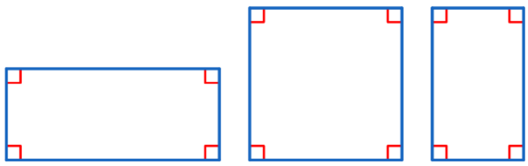
Trapézio retângulo: Há
a presença de dois
ângulos retos.

Paralelogramo: quadriláteros que possui dois pares de lados paralelos.

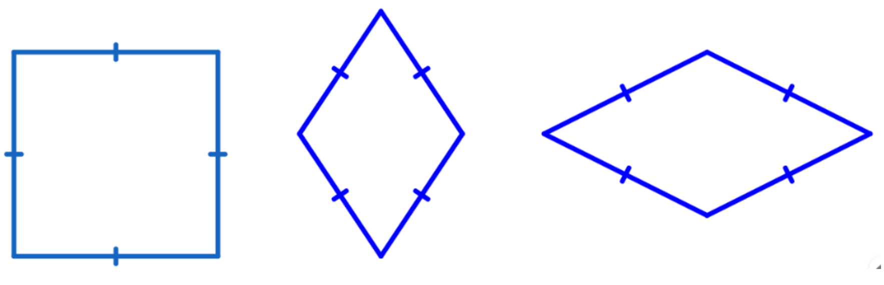


Esses paralelogramos ainda podem ter outras classificações:

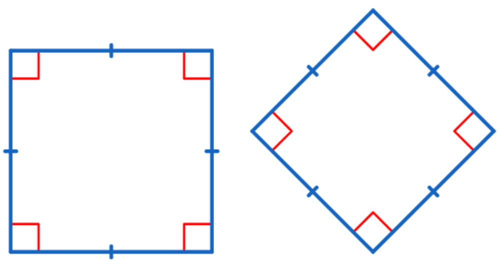
Retângulo: Presença de 4 ângulos retos internos:



Losango: Possui os 4 lados de mesma medida:



Quadrado: Possui todos os 4 lados iguais e tem 4 ângulos internos retos.



Tome nota: o quadrado está em três outras classificações: Paralelogramo (por ter 2 pares de lados paralelos); retângulo (por ter todos os 4 ângulos internos retos) e losango (por ter todos os lados de mesma medida).

04.6.2 – Área de quadriláteros

Cada quadrilátero tem uma fórmula específica para o cálculo de sua área. Acompanhe cada um:

Retângulo

$\boxed{A = b*h}$

Assim como foi feito nos casos dos triângulos, basta fazer as substituições:
A = b * h
A = 10 * 4
A = 40 cm²

Paralelogramo qualquer:
A = b * h

Em um paralelogramo que não seja um retângulo, a fórmula é a mesma. Só precisamos ter cuidado, pois a medida do lado não é a medida da altura. Então a altura deve estar descrita também, para poder ser feita a substituição. Traçarei um segmento de reta indicando a altura.

Tome nota: A altura sempre deve formar o ângulo de 90° com a base da figura.

Fazendo as substituições...
A = b * h
A = 7 * 3
A = 21 cm²

QUESTÃO COMENTADA

VUNESP - 2021 - Semae de Piracicaba - SP - Programador Junior
Um salão retangular será reformado. Atualmente, sua área é de 48 m^2 e sua largura mede a terça parte da medida do seu comprimento. Se, na reforma, cada lado do salão será aumentado em 1 metro, então a área do salão reformado será igual a

a) 50 m^2
b) 52 m^2
c) 57 m^2
d) 62 m^2
e) 65 m^2

Para ilustrar melhor, vamos desenhar um retângulo. Observe que já temos a medida da área, as medidas da área são proporcionais. Vamos chamar o lado maior de x *e o lado menor de* $\frac{x}{3}$.

$\boldsymbol{\frac{x}{3}}$

$\boldsymbol{x}$

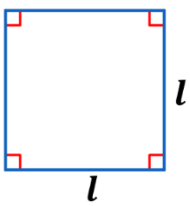
*Sabemos que a fórmula da área de um retângulo é A=b*h, trocando os valores, temos:*

$$\boldsymbol{A = x * \frac{x}{3}}$$

Quadrado

A = l²

Poderíamos usar também a mesma fórmula no quadrado, já que o quadrado também é um retângulo, mas pelo fato de o quadrado ter as mesmas medidas, então podemos simplificar a fórmula. Veja:



De forma genérica, chamaremos os lados de “l”, ao usar a ideia de multiplicar a base pela altura, temos o seguinte:

$A = l * l$

Que pode ser reescrito como:

$A = l^2$

Veja a aplicação:

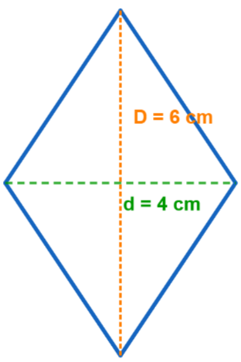
l = 10 cm

$$A = l^2$$
$$A = 10^2$$
$$A = 100\ cm^2$$

Losango

$$A = \frac{D * d}{2}$$

Para o losango, precisamos saber as medidas das duas diagonais.



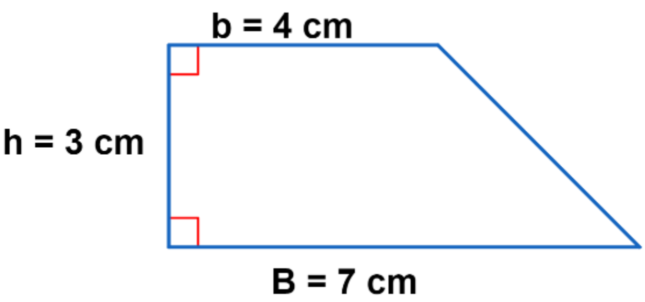
$$A = \frac{D * d}{2}$$
$$A = \frac{6 * 4}{2}$$
$$A = \frac{24}{2}$$
$$A = 12\ cm^2$$

Trapézio

A fórmula do trapézio exige um pouco mais de atenção.

$$A = \frac{(B + b) * h}{2}$$

Onde: B = base maior
b = base menor
h = altura (nos trapézios retângulos a altura é o lado que forma os ângulos de 90° com as bases. Nos demais tipos de trapézios, deverá estar descrito o valor da altura.



Vamos realizar as substituições na fórmula:

$$A = \frac{(7 + 4) * 3}{2}$$

$$A = \frac{11 * 3}{2}$$

$$A = \frac{33}{2}$$

A = 16,5 cm²

QUESTÃO COMENTADA

OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Venâncio Aires - RS - Procurador Jurídico
Sabendo-se que a medida da base menor de um trapézio é igual a 10cm, que a sua altura é igual a 8cm e a sua área é igual a 100cm², assinalar a alternativa que apresenta o valor da base maior desse trapézio:

a) 15 cm
b) 16 cm
c) 18 cm
d) 20 cm
e) 17 cm

Inicialmente, vamos relembrar a fórmula da área do trapézio:
$A = \frac{(B+b)*h}{2}$. *(Precisamos determinar o valor da Base Maior. Vamos substituir os valores que já conhecemos.)*

$100 = \frac{(B+10)*8}{2}$. *(Iremos fazer algumas manipulações com os números para deixar "B" isolado. Pra começar, podemos dividir 8 e 2, por 2.*

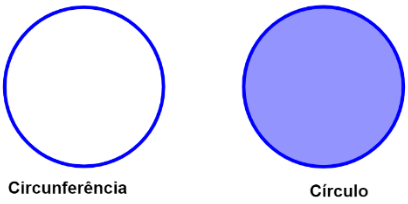
*100 = (B+10)*4 (iremos mudar o 4 de membro, fazendo a divisão com o 100.*

$$\frac{100}{4} = (B + 10)$$

B + 10 = 25
B = 25-10
B = 15 cm
ALTERNATIVA A

04.7 – Circunferência e círculo

É comum haver algumas confusões acerca do que é circunferência ou círculo. Muita gente acha que é tudo a mesma coisa. Mas há uma grande diferença: a circunferência é apenas o contorno ou o lado externo, ele é “vazio” por dentro, já o círculo também contamos que a parte interna.

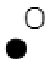


Acompanhe a definição de cada um e de seus elementos.

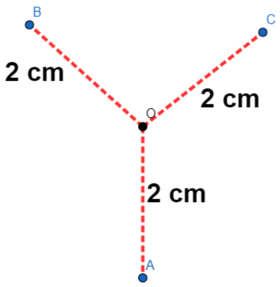
04.7.1 – Circunferência

Definição

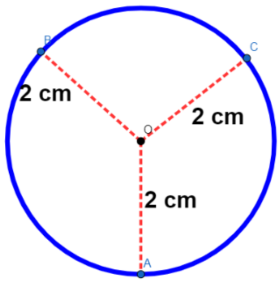
Considere o seguinte ponto O, que será o centro da circunferência.



A circunferência será formada ao unirmos todos os infinitos pontos que estiverem à mesma distância do ponto O. Essa distância é chamada de raio.

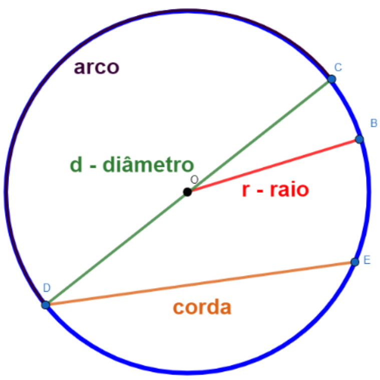


Cada segmento de reta formado a partir do ponto O, se encontram exatamente à mesma distância. Ao unir todos os pontos que se encontram a 2 cm de distância do ponto O, podemos formar o seguinte:



Elementos da circunferência

Além do centro e raio já mencionados, a circunferência tem outros elementos importantes. Veja:



PONTO O: Centro da circunferência;
r – raio: segmento de raio que parte do centro até a borda da circunferência;

d – diâmetro: segmento de reta que une dois pontos da circunferência passando pelo centro;

corda: segmento de reta que une quaisquer dois pontos da circunferência;

Arco: Parte da circunferência;

A medida da circunferência é chamada de *comprimento* indicada por c.

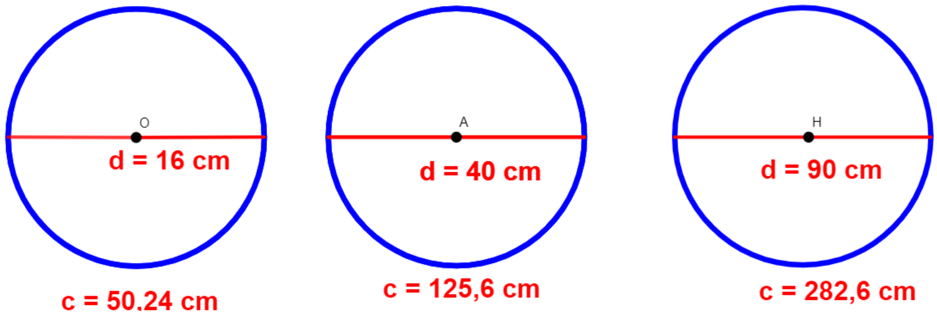
Tome nota: o diâmetro de uma circunferência é como se fosse a união de dois raios, ou seja: é o dobro da medida do raio, então podemos concluir o seguinte:

$$\boxed{d = 2r \text{ ou } r = \frac{d}{2}}$$

Comprimento da circunferência

Um dos elementos mais importantes da circunferência é seu comprimento, isto é: o tamanho da medida do seu contorno, é como se pegássemos uma corda, colocasse envolta de uma circunferência e medíssimos seu tamanho.

Existe uma relação muito importante na circunferência obtida pela divisão entre comprimento e o seu diâmetro. Veja alguns exemplos usando circunferências de valores bem distintos.



Veja o que acontece ao dividirmos o valor da circunferência pelo comprimento.

$C_1 = \frac{50,24}{16} = 3,14$

$C_2 = \frac{125,6}{40} = 3,14$

$C_3 = \frac{282,6}{90} = 3,14$

A circunferência da Terra mede 40070 km, e tem diâmetro de 12756 km. Calculando a divisão entre os dois valores temos aproximadamente:

$$\frac{40070}{12756} = 3,141267$$

Isso acontece porque a razão entre a circunferência pelo diâmetro será sempre proporcional e o resultado será uma constante de aproximadamente 3,1415... Esse é um número irracional que pode ser chamado de pi (π). Ele será bastante usado futuramente.

Lembre-se que o diâmetro é duas vezes o valor do raio, então a fórmula geral do comprimento da circunferência pode ser expressa assim:

$$\boxed{\boldsymbol{C = 2\pi r}}$$

O valor de pi estará expresso na situação ou problema, podendo ser utilizado o valor 3, 14 ou 3,1 ou até mesmo 3.

Ex.:
Determinar o comprimento de uma circunferência de raio 9, com $\pi = 3{,}14$.
$\boldsymbol{C = 2\pi r}$

$\boldsymbol{C = 2 * 3,14 * 9}$
C = 56,52 cm

Ex.:
Determinar o comprimento de uma circunferência de raio 15, com $\pi = 3$.
$\boldsymbol{C = 2\pi r}$
C = 54 cm

QUESTÃO COMENTADA

FUNDATEC - 2021 - Prefeitura de Vacaria - RS - Técnico em Enfermagem
Se o comprimento de uma circunferência é 36π , então a medida do raio dessa circunferência é:

a) 36
b) 18
c) 9
d) 3
e) 1.

Vamos relembrara a fórmula do comprimento da circunferência.
$C = 2\pi r$

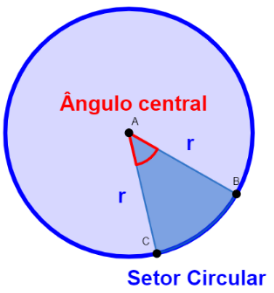
Já temos o valor da circunferência (36π), *então valor trocar pelo "C".*
$36\pi = 2\pi r$
Agora podemos isolar "r", ou seja, trocar 2π de membro, fazendo a divisão.

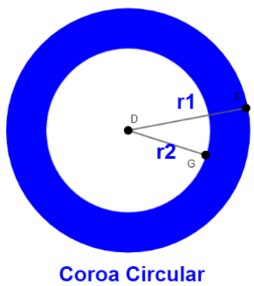
$\frac{36\pi}{2\pi} = r$ *(Os valores de se cancelam, então só precisamos fazer 36/2. Então:*
r = 18 cm.

ALTERNATIVA B

04.7.2 – Círculo

Como dito anteriormente, o círculo contém a parte interna e também podemos determinar a sua área. Mas antes disso, vamos ver os elementos principais de um círculo.





Área do círculo

Para determinar a área de um círculo, basta usar a fórmula:

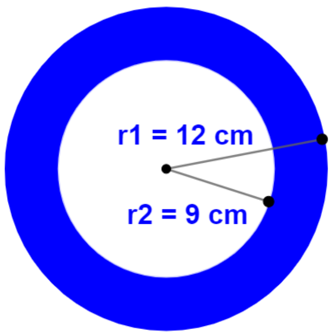
$$\boxed{\boldsymbol{A = \pi r^2}}$$

Lembrando que o valor de pi pode ser aproximado ou podemos manter apenas a letra.
Ex.:
Calcular a área de um círculo com raio de 10 cm, usando $\pi = 3{,}14$ (para área com valor aproximado)
$A = \pi r^2$
$A = 3{,}14 * 10^2$
$A = 3{,}14 * 100$
$A = 314\ cm^2$

Ou então, podemos usar o símbolo (Valor exato).
$A = \pi r^2$
$A = \pi * 10^2$
$A = \pi * 100$
$A = 100\pi\ cm^2$

Área do setor circular

Aqui, precisamos apenas calcular o valor das áreas dos dois círculos e fazer a subtração.



Da mesma forma, podemos ter valor de π aproximado. Vamos considerar que $\pi = 3{,}1$.

Asc = A1 – A2
Asc = $(\pi r^2) - (\pi r^2)$
Asc = $3{,}1 * 12^2 - 3{,}1 * 9^2$
Asc = 446,4 – 251,1
Asc = 195,3 cm^2

Ou podemos manter o π .

Asc = A1 – A2
Asc = $(\pi r^2) - (\pi r^2)$
Asc = $\pi * 12^2 - \pi * 9^2$
Asc = $144\ \pi - 81\ \pi$
Asc = $63\ \pi\ cm^2$

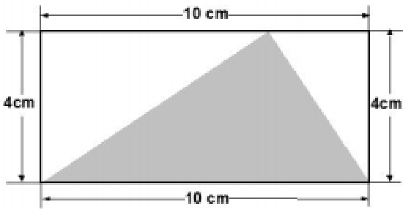
04.8 – SIMULADO

01 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Jaguariúna - SP - Dentista - Clínico Geral ou Generalista
Tem-se uma folha de papel no formato retangular, de perímetro 200 cm. Sabendo-se que a medida dos maiores lados dessa folha excede em 20 cm a medida dos menores lados, a área que essa folha ocupa no espaço, em cm^2, é de

a) 2200
b) 2400
c) 2800
d) 3000
e) 3200

02 - FUNDEP (Gestão de Concursos) - 2021 - IPREMU - Assistente Administrativo

Considere a figura a seguir.



A partir das informações nela apresentadas, a área da parte não sombreada dessa figura é de

a) 14 cm^2
b) 20 cm^2
c) 28 cm^2
d) 40 cm^2

03 - OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Venâncio Aires - RS - Procurador Jurídico

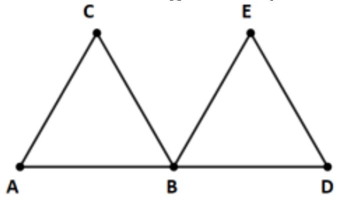
Sabe-se que a hipotenusa de certo triângulo retângulo mede 17cm. Sabendo-se que um dos catetos desse triângulo mede 8cm, assinalar a alternativa que apresenta a medida do outro cateto desse triângulo:

a) 15 cm
b) 14 cm
c) 13 cm
d) 12 cm
e) 10 cm

04 - Instituto UniFil - 2020 - Prefeitura de Terra Boa - PR - Agente Serviços de Enfermagem
O perímetro de um salão retangular é 3 vezes o perímetro de um quarto quadrado de lado igual a 6 metros. Sabendo-se que o comprimento do salão é 6 metros maior que sua largura, assinale a alternativa que representa a área desse salão.

a) 21 m^2
b) 72 m^2
c) 300 m^2
d) 315 m^2

05 - FUNDATEC - 2021 - Prefeitura de Vacaria - RS - Procurador do Município
A figura abaixo representa dois triângulos equiláteros ABC e BDE nos quais a medida de AD é 12.

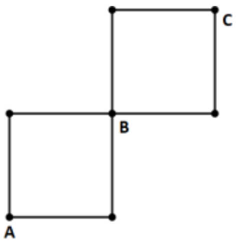


Se B é ponto médio de AD e os pontos A, B e D estão alinhados, então a área do triângulo ABC é:

a) $5\sqrt{3}$
b) $6\sqrt{3}$
c) $7\sqrt{3}$
d) $8\sqrt{3}$
e) $9\sqrt{3}$

06 - FUNDATEC - 2021 - Prefeitura de Vacaria - RS - Advogado da Assistência Judiciária Gratuita

Na figura abaixo, estão representados dois quadrados iguais:



Se os pontos A, B e C estão alinhados e $AC = 6\sqrt{2}$, então a área do quadrado de diagonal AB será:

a) 3
b) 6
c) 9
d) 12
e) 15

07 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Ferraz de Vasconcelos - SP - Orientador Social

Para revestir totalmente o piso de uma sala retangular, cuja medida do comprimento é igual a 8 m, Zacarias gastou um total de R$ 1.280,00, sendo R$ 40,00 por m^2. Desse modo, é correto afirmar que o perímetro dessa sala mede

a) 20 m
b) 22 m
c) 24 m
d) 28 m
e) 32 m

08 - Planexcon - 2019 - Prefeitura de Tatuí - SP - Assistente Social

Na casa nova de Mara, o espaço reservado para o jardim é em forma circular, possuindo 20 metros de raio. Assim sendo, quantos metros de grama Mara precisa adquirir para realizar o plantio (Considere π= 3,14):

a) 628 m^2
b) 848 m^2
c) 1256 m^2
d) 1276 m^2
e) 1296 m^2

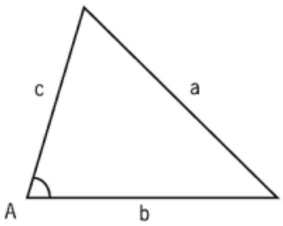
09 - FAUEL - 2018 - Prefeitura de Maringá - PR - Técnico de Higiene Dental - ESF

A razão entre a área de um triângulo equilátero de lado 20 cm, e à área de um quadrado de lado x, é igual a $4\sqrt{3}$ O valor do lado x desse quadrado é igual a:

a) 5 cm
b) 6 cm
c) 7 cm
d) $8\sqrt{3}$ cm

10 - Dédalus Concursos - 2018 - Lemeprev - SP - Contador

"*Em qualquer triângulo, o quadrado de um lado é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados menos o duplo produto destes lados pelo cosseno do ângulo entre eles*.". A regra que rege tal citação, bem como sua equação são, respectivamente:



a) Lei dos cossenos; $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\ cos\hat{A}$
b) Lei dos senos; $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\ cos\hat{A}$
c) Lei dos cossenos; $a = b^2 .\ c^2 - 2.b.c.\ cos\hat{A}$
d) .Lei dos senos; $a^2 = b^2 - c^2 - 2.b.c.\ cos\hat{A}$

11 - Creative Group - 2021 - Prefeitura de Jequitibá - MG - Assistente Social

Qual é o perímetro de um triângulo retângulo sabendo que seu cateto adjacente mede 16 cm e seu cosseno é igual a 0,8.

a) 36
b) 48
c) 60
d) 72

12 - Creative Group - 2021 - Prefeitura de Jequitibá - MG - Assistente Social
A soma dos ângulos internos de um triângulo é:

a) 90°
b) 360°
c) 180°
d) 270°

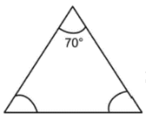
13 - Instituto Consulplan - 2021 - Prefeitura de Colômbia - SP - Monitor de Creche

Em relação aos conceitos e definições de geometria básica, analise as afirmativas a seguir.
I. Um triângulo escaleno possui três lados congruentes.
II. A soma dos ângulos internos de um quadrilátero convexo é igual a 360°.
Assinale a alternativa correta.

a) Apenas a afirmativa I está correta.
b) Apenas a afirmativa II está correta.
c) As duas afirmativas estão corretas.
d) Nenhuma das afirmativas está correta.

14 - OMNI - 2021 - Conderg - SP - Terapeuta Ocupacional

Se a figura abaixo representa um triângulo isósceles, qual é a medida (X) dos ângulos da base?



s

a) X = 55°
b) X = 60°
c) X = 70°
d) X = 45°

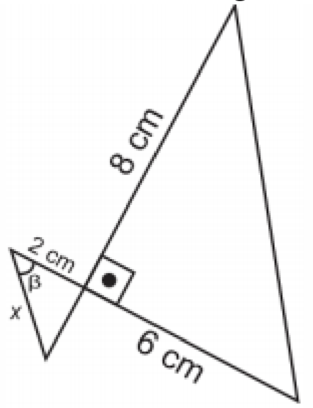
15 - IDCAP - 2020 - Prefeitura de São Roque do Canaã - ES - Técnico em Processamento de Dados

O Teorema de Pitágoras propõe uma relação entre os três lados de um triângulo retângulo, chamados de catetos e hipotenusa. Analise as afirmações abaixo e escolha a alternativa que corresponde à opção CORRETA.
I) A fórmula do Teorema de Pitágoras é $a^2 = b^2 + c^2$, onde a é a hipotenusa e b e c são os catetos.
II) A fórmula do Teorema de Pitágoras é $a^2 = b^2 + c^2$, onde a é a hipotenusa e b e c são os catetos, mas pode ser alterada para $b^2 = a^2 + c^2$ ou $c^2 = b^2 + a^2$ sem modificar o resultado do cálculo.
III) Se um triângulo retângulo tem catetos de medidas b = 7,5 cm e c = 10 cm, o valor da hipotenusa é a = 12,5 cm. IV) Se um triângulo retângulo tem catetos de medidas b = 7,5 cm e c = 10 cm, o valor da hipotenusa é a = 17,5 cm.

a) As afirmações II e III são verdadeiras.
b) As afirmações I e III são verdadeiras.
c) Somente a afirmação I é verdadeira.
d) Somente a afirmação IV é verdadeira.
e) As afirmações III e IV são verdadeiras.

16 - Instituto Consulplan - 2019 - Prefeitura de Pitangueiras - SP - Agente Comunitário de Saúde

Considere os triângulos apresentados na figura a seguir.



Sabendo-se que tg β = 1, qual é o valor de x?

a) 4 cm
b) $2\sqrt{2}$ cm
c) $2\sqrt{3}$ cm
d) $3\sqrt{2}$ cm

17 - IDCAP - 2020 - Prefeitura de São Roque do Canaã - ES - Técnico em Processamento de Dados

Todo dia Carlos dá 10 voltas correndo em torno de uma praça de formato retangular que mede 80 m de largura e 100 metros de comprimento. Quantos quilômetros Carlos corre nesta atividade?

a) Carlos corre 8000 km
b) Carlos corre 3,6 km
c) Carlos corre 8 km
d) Carlos corre 3600 km
e) Carlos corre 0,036 km.

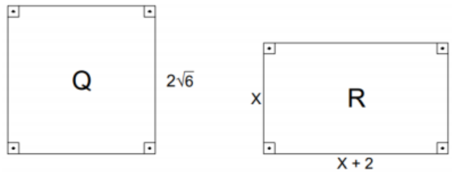
18 - CEV-URCA - 2021 - Prefeitura de Crato - CE - Assistente Social

Um triângulo equilátero e um quadrado são equivalentes, isto é, possuem mesma área. Se o triângulo tem por medida do lado $l = 6\ cm$, quanto mede cada lado do quadrado?

a) $3\sqrt[4]{3}$ cm
b) $6\sqrt{3}$ cm
c) $9\sqrt{3}$ cm
d) $6\sqrt[4]{3}$ cm
e) 3 cm

19 - AMAUC - 2019 - Prefeitura de Irani - SC - Professor - Matemática

O quadrado ***Q***, mostrado na figura abaixo, com dimensões indicadas em metros e, um retângulo ***R***, cujas medidas dos lados são indicados por dois números naturais pares consecutivos, têm áreas iguais.

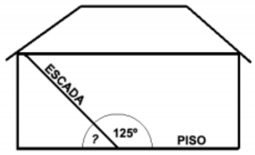


A equação que permite calcular corretamente o valor de *x* é:

a) $2x^2 + x - 24 = 0$
b) $x^2 + x - 12 = 0$
c) $x^2 + x - 4\sqrt{6} = 0$
d) $4x^2 + 4x - 6 = 0$
e) $x^2 + 2x - 24 = 0$

20 - IPEFAE - 2020 - Prefeitura de Campos do Jordão - SP - Advogado

Observe a figura abaixo e responda.



Qual a inclinação da escada em relação ao piso?

a) 20º
b) 55º
c) 70º
d) 95º

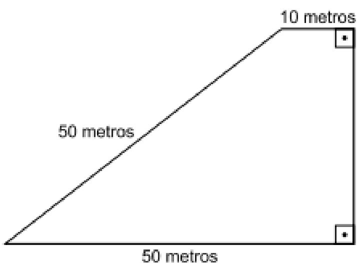
21 - FUNDATEC - 2020 - Prefeitura de Imbé - RS - Vigilante Patrimonial

Se a medida do lado de um quadrado aumenta em 5%, então o seu perímetro:

a) Aumenta 20%
b) Diminui 20%
c) Diminui 5%
d) Aumenta 5%
e) Permanece o mesmo.

22 - VUNESP - 2019 - Prefeitura de Sorocaba - SP - Técnico de Controle Administrativo

A figura representa um terreno com formato de trapézio retangular.



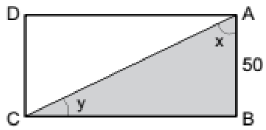
Sabendo-se que esse terreno foi vendido por R$ 150,00 o metro quadrado, o seu valor total de venda foi de

a) R$ 125 mil
b) R$ 130 mil
c) R$ 135 mil
d) R$ 140 mil
e) R$ 145 mil.

23 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Ribeirão Preto - SP - Agente de Administração

Para a resolução da questão, considere a seguinte situação:

Carla e Joana compraram, juntas, um terreno retangular, com largura de 50 metros e área total de 6 000 m^2 , que será dividido ao meio por uma de suas diagonais. Na figura abaixo, o terreno é representado, fora de escala, e destacou-se a parte que coube a Carla.

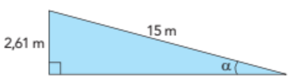


Carla pretende estender uma tela ao longo da diagonal AC, para dividir os terrenos. Então, o comprimento dessa tela deverá ser de

a) 170 m
b) 160 m
c) 150 m
d) 140 m
e) 130 m.

24 - UERJ - 2021 - UERJ - Assistente Administrativo

Admita que uma rampa da Universidade tem 15 m de comprimento e 2,61 m de altura, conforme ilustra a figura.



Considere a tabela trigonométrica:

α	sen α	cos α
10º	0,174	0,985
12º	0,208	0,978
14º	0,242	0,970
16º	0,275	0,961

De acordo com a tabela, a medida da inclinação α dessa rampa, em graus, é igual a:

a) 10
b) 12
c) 14
d) 16

25 - FUNDATEC - 2021 - Prefeitura de Candelária - RS - Advogado do CREAS

Um triângulo retângulo tem como medida dos lados, em centímetros, os seguintes números naturais: x, x+14 e x+16. A soma da medida dos lados desse triângulo, em cm, é:

a) 70
b) 65
c) 60
d) 55
e) 50

26 - FAUEL - 2020 - Prefeitura de Centenário do Sul - PR - Médico - PSF

Em um triângulo retângulo, um dos ângulos agudos mede ß e a hipotenusa mede 15 cm. Sabendo que sen (ß) = 0,6, qual é a soma das medidas dos catetos desse triângulo?

a) 21 cm
b) 22 cm
c) 23 cm
d) 24 cm

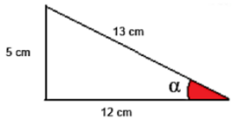
27 - FUNDATEC - 2020 - Câmara de Imbé - RS - Auxiliar Administrativo

Determine o perímetro de um triangulo retângulo cujo cateto adjacente mede 12 cm e seu cosseno é igual a 0,8.

a) 36
b) 48
c) 60
d) 72
e) 90

28 - GUALIMP - 2020 - Câmara de Divino - MG - Secretário Adjunto

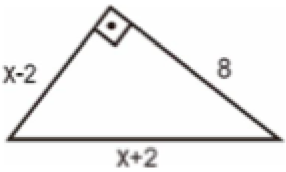
Encontre o valor aproximado do seno do ângulo α do triângulo abaixo.



a) 0,38
b) 0,92
c) 0,41
d) 1,24.

29 - GSA CONCURSOS - 2019 - Prefeitura de Saltinho - SC - Nutricionista

Observe o triangulo retângulo abaixo, aplicando o teorema, qual o valor de x nesta situação:



a) 14
b) 6
c) 10
d) 8
e) 12

30 - AMEOSC - 2021 - Prefeitura de Mondaí - SC - Professor de Matemática

O comprimento da circunferência de diâmetro igual a 18 cm é:

(Considere $\pi = 3$)

a) 45 cm
b) 54 cm
c) 83 cm
d) 36 cm

31 - AV MOREIRA - 2021 - Prefeitura de Landri Sales - PI - Farmacêutico

Um terreno circular de raio 10 m deverá ser cercado a partir de uma cerca de arame farpado. Para isso, o dono do terreno decidiu que esta cerca terá 5 fios de arame e será apoiada sobre algumas estacas fixadas ao redor do terreno. Considerando $\pi = 3{,}14$ e sabendo que cada rolo de arame contém 50m de arame, ele precisará no mínimo de:

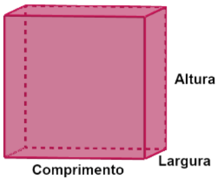
a) 4 rolos de arame
b) 5 rolos de arame
c) 6 rolos de arame
d) 7 rolos de arame
e) 8 rolos de arame

04.9 - GABARITO

1 – B
2 – B
3 – A
4 – D
5 – E
6 – C
7 – C
8 – C
9 – A
10 – A
11 – B
12 – C
13 – C
14 – A
15 – B
16 – B
17 – B
18 – A
19 – E
20 – B
21 – D
22 – C
23 – E
24 – A
25 – C
26 – A
27 – A
28 – A
29 – D
30 – B
31 – D

05 – GEOMETRIA ESPACIAL

Para lembrar: a Geometria Plana estuda com até duas dimensões (altura e comprimento). A Geometria Espacial lida com figuras com três dimensões (altura, largura e comprimento). Veja um exemplo:

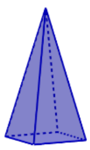


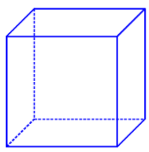
Os objetos de estudo da Geometria Espacial são chamados de sólidos geométricos. Eles são divididos em dois grandes grupos: Poliedros e Corpos Redondos.

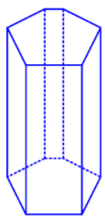
05.1 – Poliedros

Os poliedros são os sólidos geométricos que apresentam todas as faces planas.

Veja alguns exemplos:

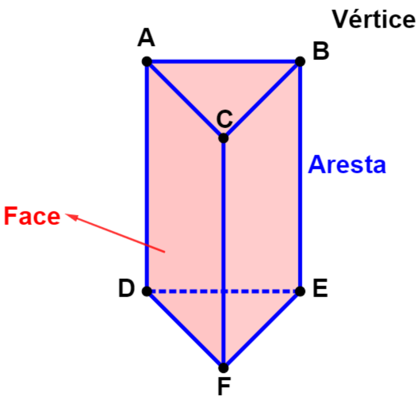






05.1.1 – Elementos de um poliedro

Os poliedros tem alguns elementos importantes de serem reconhecidos. Para começar, você já deve ter notado que ele é formado por encontros ou junções de figuras planas. Mas vamos reconhecer esses elementos:



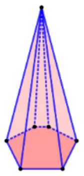
Observe que existem vários pontos neste poliedro, nem sempre eles irão aparecer, mas ele estará "escondido", eles serão "as pontas" do poliedro. Estes pontos são chamados de **vértices**. *Neste poliedro temos a presença de 6 vértices.*

Ao unir dois pontos temos a construção de um segmento de reta, e no poliedro iremos chamar de **aresta**. *Aqui temos um total de 9 arestas.* Podemos entender a aresta também como a união de duas figuras planas.

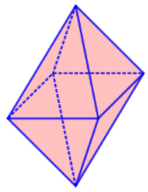
Por fim temos as **faces,** que são os lados do poliedro. Elas podem ser iguais (quanto ao número de lados ou tamanho dos lados), ou podem ser diferentes. No exemplo, temos um total de *5 faces (sendo três faces retangulares e duas faces triangulares).*

Para resumir, temos:
Vértices: 3
Arestas: 9
Faces: 5 (3 retangulares e 3 triangulares)

Veja outros exemplos:



Vértices: 6
Aretas: 10
Faces: 6 (1 pentagonal
e 5 triangular)

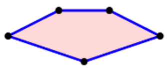


Vértices: 6
Aretas: 12
Faces: 8 (triangulares)

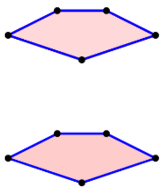
05.1.2 – Prismas

Dentro da família dos poliedros temos duas grandes divisões, a primeira que vamos conhecer são os **prismas**.

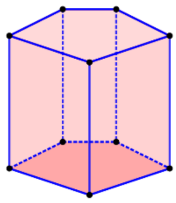
Os prismas são os poliedros que terá duas faces que constituem as bases, e essas bases terão o mesmo formato, ou seja, mesa quantidade de lados e mesmo tamanho. Essas faces estarão uma sobre a outra, e os vértices de cada uma serão unidas por segmentos de retas, que formarão as faces laterais. Vamos ver essa construção passo a passo:



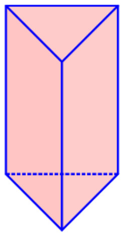
Desenhamos um pentágono.
Vamos construir outro e colocar abaixo dele.



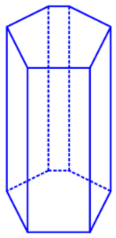
Por fim, vamos unir os vértices correspondentes por segmentos de retas.



Cada prisma terá o nome dependendo de sua base, no exemplo acima temos um **prisma de base pentagonal**, pois sua base é um pentágono.



Prisma de base triangular

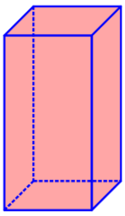


Prisma de base hexagonal

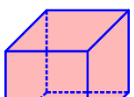
Prismas especiais:

Existem dois primas são conhecidos por outros nomes além da classificação dita acima:

Paralelepípedo: é o prisma de base retangular ou quadrangular.

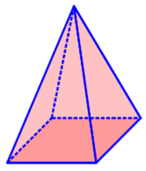


Cubo: Prisma de base quadrangular cuja as faces são todas iguais.

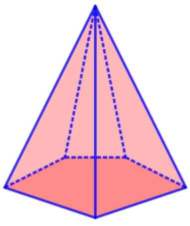


05.1.3 – Pirâmides

Ao contrário dos prismas, não teremos duas bases, mas apenas uma. E os vértices base serão ligados por um outro vértice que formará o topo da pirâmide. E assim, como no caso dos prismas, o nome da pirâmide dependerá do tipo da base.



Pirâmide de base quadrangular



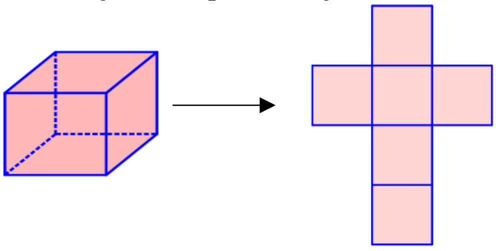
Pirâmide de base pentagonal

Lembre-se que no prisma tínhamos as faces laterais retangulares, já nas pirâmides, as faces laterais serão triangulares.

05.1.4 – Planificações

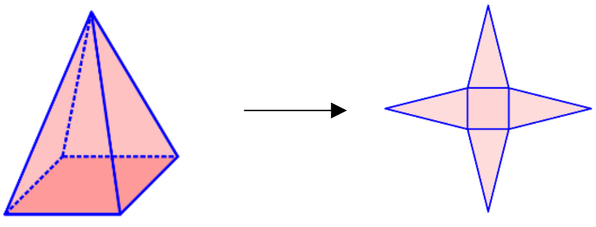
É importante observar também as panificações desses poliedros, pois é formado por figuras planas. É como se "desmontássemos" o poliedro, imagine uma caixa desmontada. Como será que ficaria?

Vejamos a planificação de um cubo.



Tome nota: Há várias possibilidades para a planificação de um poliedro.

Veja como ficaria uma pirâmide de base quadrangular na forma planificada:



05.1.5 – Nomenclatura dos poliedros

Vimos acima os nomes de alguns poliedros, especificamente os prismas e pirâmides. Mas existem outros, ou formas gerais para nomeá-los, e o critério dependerá, da quantidade de faces. Lembra que nos polígonos a maioria dos nomes terminavam em “-ágono”? aqui, os poliedros terminarão em “-edro”.

N° de faces	Nomenclatura
4	Tetraedro
6	Hexaedro
8	Octaedro
9	Eneadro
10	Decaedro
11	Undecaedro
12	Dodecaedro
13	Tridecaedro
14	Tetradecaedro
15	Pentadecaedro
20	Isocaedro

05.2 – Relação de Euler

Essa relação envolve a quantidade de Vértices, Faces e Arestas em um poliedro convexo. Essa relação é bem simples:

$$\boxed{V + F = A + 2}$$

Vamos ver como utilizar esta relação.

Analisaremos um cubo:
Um cubo tem:
V = 8
F = 6
A = 12

Iremos substituir os valores na fórmula e verificar a igualdade:
8 + 6 = 12 + 2
14 = 14

Verificamos que a igualdade é obedecida.

Veja como aplicar a fórmula:

Um quantas arestas tem um poliedro que tem 10 vértices e 7 faces?

V + F = A + 2

10 + 7 = A + 2

17 = A + 2

17 – 2 = A

15 = A

Quantas faces tem um poliedro com 12 arestas e 6 vértices?

V + F = A + 2

6 + F = 12 + 2

F = 14 – 6

F = 8

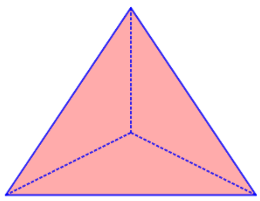
05.3 – Poliedros de Platão

Os chamados Poliedros de Platão ou Sólidos de Platão, são os sólidos geométricos que têm algumas condições especiais:

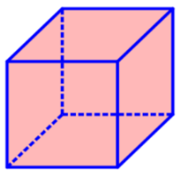
- Ser convexo;
- A quantidade de faces é igual à quantidade de arestas;
- Todos os vértices dever ser extremidades de uma mesma quantidade de arestas.

Além disso, todos os Sólidos de Platão obedecem a Relação de Euler.

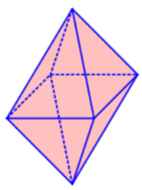
Temos um total de cinco Sólidos de Platão:



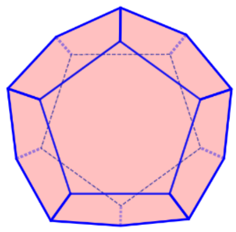
Tetraedro



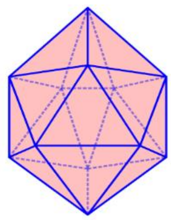
Hexaedro



Octaedro



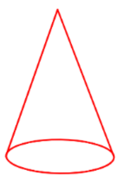
Dodecaedro



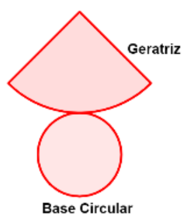
Icosaedro

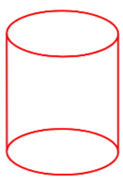
05.4 – Corpos Redondos

Os corpos redondos são os sólidos que possui lados não planos. Há três principais corpos redondos.

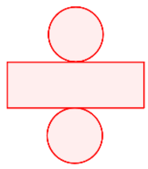


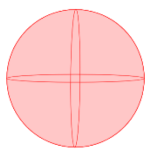
Cone: Possui uma base circular, há um vértice que faz a conexão com a base. A linha lateral é chamada de Geratriz. Sua forma planificada pode ser feita da seguinte forma:





Cilindro: Este possui duas bases circulares. Ao planificarmos, iremos perceber que sua face lateral se assemelha ao retângulo.





Esfera: É toda formada por lados não planos.

05.5 – Área aplicada aos sólidos geométricos

Vimos que os sólidos geométricos (à exceção da esfera) pode ser planificada, compreender isso nos permite determinar a área de sua superfície utilizando as fórmulas da área de figuras planas vistas no capítulo anterior. Podemos separar em três partes:

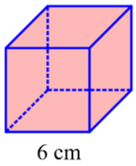
Área da base (A_b): Para um prisma teremos duas bases; para uma pirâmide teremos apenas uma;

Área lateral (A_l): Para um prisma as faces laterais terão o formato de retângulos; em uma pirâmide teremos as faces laterais no formato de triângulos. A quantidade de lados dependerá da quantidade de lados que a base tiver.

Área total (A_t): É a soma da **Área da base com a Área lateral; $A_t = A_b + A_l$**

CUBO:

Apenas dessas informações, há alguns sólidos especiais que podemos determinar essas áreas de forma mais rápidas. Em um cubo, por exemplo, sabemos que tem todas as faces no formato de um quadrado.



Para determinar a área da base, podemos calcular a área da base, que é um quadrado, e multiplicar por 2.

$\mathbf{A_b = 2 * A_q}$
$A_b = 2 * 6^2$
$A_b = 72\ cm^2$

Para determinar a área lateral, também calcularemos a área do quadrado, mas multiplicaremos por 4.

$\mathbf{A_l = 4 * A_q}$
$A_l = 4 * 6^2$
$A_l = 144\ cm^2$

A área total é simplesmente a soma dessas duas áreas.

$\mathbf{A_t = A_b + A_l}$

$A_t = 72 + 144$
$A_t = 216\ cm^2$

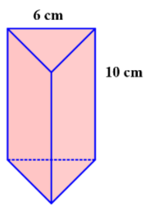
Tome nota: Se precisarmos calcular diretamente a *área total* de um cubo, podemos apenas calcular a área da base e multiplicar por 6.

$\mathbf{A_t = 6 * A_b}$
$A_t = 6 * 6^2$
$A_t = 214\ cm^2$

Para um paralelepípedo, a forma de determinar a área é semelhante ao cubo.

Veja outros casos:

PRISMA DE BASE EM FORMATO DE TRIÂNGULO EQUILÁTERO:



É sempre importante ficar atento às informações que o problema nos fornece. Temos então base com triângulo equilátero com lado valendo 6 cm e altura do prisma valendo 10 cm.

Vamos calcular um elemento por vez:

Como a base tem o formato de triângulo equilátero, vamos utilizar a fórmula e multiplicar por 2.

$\mathbf{A_b = 2 * \left(\frac{l^2 * \sqrt{3}}{4}\right)}$
$A_b = 2 * \left(\frac{6^2 * \sqrt{3}}{4}\right)$
$A_b = 2 * \left(\frac{36 * \sqrt{3}}{4}\right)$
$A_b = 2 * 9 * \sqrt{3}$
$A_b = 18 * \sqrt{3}$ cm²
$A_b \cong 31{,}18$ cm² (valor aproximado)

Para a área lateral, temos 3 retângulos com as dimensões 10 cm x 6 cm.
$\mathbf{A_l = 3 * (b*h)}$
$A_l = 3 * 10 * 6$
$A_l = 180$ cm²

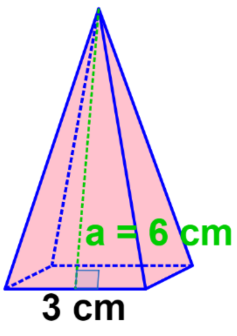
Na área total, então, precisamos somar os valores:
$\mathbf{A_t = A_b + A_l}$
$A_t = 31{,}18 + 180$
$A_t = 211{,}18$ cm² (valor aproximado)

Para qualquer outro prisma, iremos seguir esse padrão de cálculo. Apenas lembre-se que a base poderá mudar.

PIRÂMIDES

Precisamos lembrar da característica de uma pirâmide. Há apenas uma base, que poderá ter formatos diferentes (triangular, quadrangular, pentagonal, etc.) e faces laterais no formato triangular, a quantidade de faces laterais dependerá da base. No caso, iremos calcular a área do triângulo e multiplicar pela quantidade de faces laterais.

Veja alguns exemplos:



Esse a = 6 cm é a apótema, que é um segmento de reta que une o vértice da pirâmide como ponto médio do lado da base, ela é importante para determinarmos a área do triângulo.
Vamos entender a estrutura dessa pirâmide. Temos uma base quadrangular e 4 faces triangulares. Os cálculos das áreas ficam assim:

$\mathbf{A_b = l^2}$
$A_b = 3^2$
$A_b = 9\ cm^2$

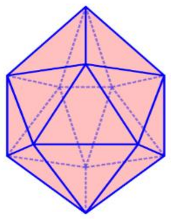
$\mathbf{A_l = 4 * (\frac{b*h}{2})}$
$A_l = 4 * (\frac{3*6}{2})$
$A_l = 4 * (\frac{18}{2})$
$A_l = 4 * 9$
$A_l = 36\ cm^2$

$\mathbf{A_t = A_b + A_l}$
$A_t = 9 + 36$
$A_t = 45\ cm^2$

OUTROS POLIEDROS REGULARES

Para outros podemos calcular a área de uma das faces e multiplicar pela quantidade de lados.

Considere um este icosaedro regular, como exemplo, que é formado por 20 triângulos equiláteros, com sua aresta medindo 6 cm.



Definiremos a área total da seguinte forma:

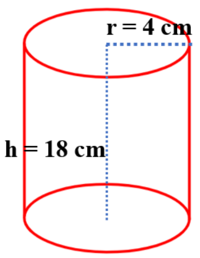
$$\boldsymbol{A_t = 20 * \frac{l^2\sqrt{3}}{4}}$$
$$A_t = 20 * \frac{6^2 * \sqrt{3}}{4}$$

$$A_t = 20 * \frac{36 * \sqrt{3}}{4}$$
$$A_t = 20 * 9 * \sqrt{3}$$
$$A_t = 180 * \sqrt{3}$$
$$A_t \cong 311{,}77\ cm^2$$

CILINDRO

Lembre-se que em um cilindro temos duas bases circulares. Podemos então calcular a área de círculo e multiplicar por 2. E a face lateral que em sua forma planificada tem a forma de um retângulo. A altura desse retângulo é a própria altura do cilindro, mas a base dele é o valor do diâmetro do círculo da base, que pode ser descrito como 2πr.

$$\boldsymbol{A_b = 2 * \pi * r^2}$$
$$\boldsymbol{A_l = 2\pi r h}$$



O valor da área da base fica:

$$\boldsymbol{A_b = 2 * \pi * r^2}$$
$$A_b = 2 * \pi * 4^2$$
$$A_b = 32\,\pi\ cm^2$$

A área lateral fica assim:

$A_l = 2\,\pi r h$

$A_l = 2\,\pi * 4 * 18$

$A_l = 144\,\pi$ cm²

A área total será a soma dos dois valores:

$A_t = A_b + A_l$
$A_t = 32\,\pi + 144\,\pi$
$A_t = 176\,\pi\, cm^2$

Tome nota: O valor de π deve ser substituído de acordo com a informação que o problema apresentar. Pois ele pode ser trocado por 3 ou 3,1 e até mesmo por 3,14. Com essa informação, faça a troca e realize a multiplicação, assim você terá o resultado na forma aproximada. Se a informação não apresentar o valor a ser trocado, deixe a resolução com o símbolo de π. Esse será o valor exato.

Se no caso acima, questão nos informasse que $\pi = 3{,}1$ teríamos estes valores como resposta:

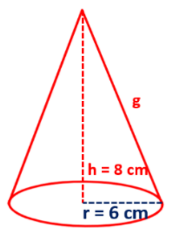
$A_b = 32 * 3{,}1 = 99{,}2\ cm^2$

$A_l = 144 * 3{,}1 = 446{,}4\ cm^2$

$A_t = 176 * 3{,}1 = 545{,}6$ cm²

CONE

Para o cone, a área da base será simplesmente o cálculo da área do círculo. Para determinar a área lateral, temos uma outra fórmula que precisamos geratriz.



Primeiramente, iremos determinar a área da base, pela fórmula da área do círculo:

$\boldsymbol{A_b = \pi r^2}$
$A_b = \pi * 6^2$
$A_b = 36\,\pi\, cm^2$

A área lateral é determinada pela fórmula:

$\boldsymbol{A_l = \pi * r * g}$

Em que g corresponde á geratriz. No nosso exemplo não temos essa informação, caso isso ocorra, podemos descobri-la facilmente através do Teorema de Pitágoras. Concorda que a altura, o raio e a geratriz formam um triângulo retângulo, sendo a geratriz a hipotenusa? A relação entre estes três fica:

$\boldsymbol{g^2 = r^2 + h^2}$
$g^2 = 6^2 + 8^2$
$g^2 = 36 + 64$
$g^2 = 100$
$g = \sqrt{100}$

$g = 10\ cm$

Agora podemos determinar a área lateral.

$\boldsymbol{A_l = \pi * 6 * 10}$

$A_l = 60\ \pi\ cm^2$

E como já havíamos vistos nos outros casos, para calcular a área total, basta somar os dois valores encontrados.

$\boldsymbol{A_t = \pi r^2 + \pi * r * g}$

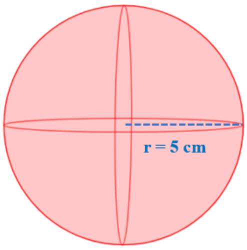
$A_t = 36\ \pi + 60\ \pi$

$A_t = 96\ \pi\ cm^2$

ÁREA DA SUPERFÍCIE DA ESFERA

A área da superfície de uma esfera pode ser determinada pela seguinte fórmula:

$\boldsymbol{A = 4 * \pi * r^2}$



Aplicando a fórmula temos:

$\boldsymbol{A = 4 * \pi * r^2}$

$A = 4 * \pi * 5^2$

$A = 100\ \pi\ cm^2$

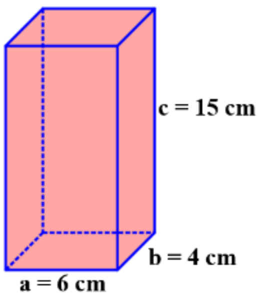
05.6 – Volume dos Sólidos Geométricos

Para cada sólido há uma fórmula específica para determinar seu volume. Lembre-se que volume é a capacidade de armazenamento interno.

Assim como fiz com a fórmula das áreas, irei apresentar a fórmula dos principais sólidos seguido de um exemplo:

VOLUME DO PARALELEPÍPEDO

$\boldsymbol{V = a * b * c}$



Para todo paralelepípedo, a determinação do volume é feita multiplicando o valor de suas dimensões (comprimento * largura * altura).
Temos todas as informações necessárias, basta então fazermos a multiplicação.

$\boldsymbol{V = a * b * c}$

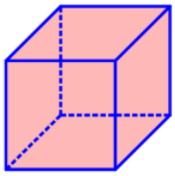
$V = 6 * 4 * 15$

$V = 360\ cm^3$

Tome nota: ao falarmos de área, nossa notação era cm² ou m², pois a área faz referência ao expoente 2. Para o volume usaremos o expoente 3. Como em cm³, m³ e assim por diante.

VOLUME DO CUBO

$\boldsymbol{V = l^3}$



l = 8 cm

O cubo é um tipo especial de paralelepípedo, a diferença é que possui todas as faces com mesma medida. Para determinar seu volume, precisaremos fazer a multiplicação de todas as dimensões, como todas são iguais, podemos fazer uma simplificação na fórmula.

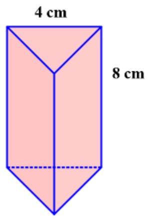
$V = l * l * l$
$V = l^3$
$V = 8^3$
$V = 512\ cm^3$

VOLUME DE UM PRISMA QUALQUER

Para qualquer outro prisma, não há uma fórmula específica de cálculo do volume, pois dependerá do tipo de base que estamos usando. De forma geral, podemos representar assim:

$\boldsymbol{V = A_b * h}$

Em que $\boldsymbol{A_b}$ corresponde à área da base do prisma em questão.



Temos este prisma com a base no formato de um triângulo equilátero. Já sabemos como determinar sua área, precisaremos então, multiplicar pela altura.

$V = A_b * h$

$$A_b = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_b = \frac{4^2 * \sqrt{3}}{4}$$

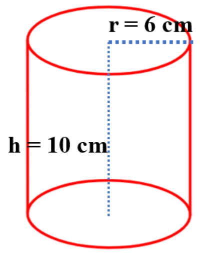
$$A_b = \frac{16 * \sqrt{3}}{4}$$

$A_b = 16 * \sqrt{3}$

Voltando à fórmula do volume, iremos trocar a área da base e a altura do prisma.
$V = 16 * \sqrt{3} * 8$
$V = 128 * \sqrt{3}$ cm³ ou
$V \cong 221{,}70\ cm^3$

VOLUME DO CILINDRO

$\boldsymbol{V = \pi r^2 h}$



No fim das contas, a fórmula do cilindro é semelhante ao do prisma, pois precisaremos calcular a área da base, que é um círculo, e então multiplicaremos pela altura.
Tome nota: Podemos realizar o cálculo exato, deixando o $\boldsymbol{\pi}$ na resposta, ou fazendo a aproximação. Tudo dependerá das informações que o problema apresentar.

$V = \pi r^2 h$
$V = \pi * 6^2 * 10$
$V = \pi * 36 * 10$
$V = 360\ \pi\ cm^3$

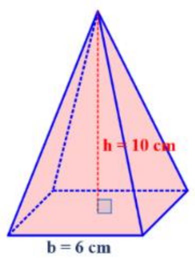
Aproximando o valor de $\boldsymbol{\pi}$ para 3,1 teremos como resposta:
$V = 360 * 3{,}1$

V = 1116 cm^3

VOLUME DE UMA PIRÂMIDE

Para determinar a área da pirâmide podemos fazer a relação com o volume do prisma. Acontece que uma pirâmide equivale à terça parte de um prisma (mantendo a relação da base e altura). Nesse caso, a fórmula é semelhante ao do prisma, com a diferença de que precisaremos dividir por 3.

$\boldsymbol{V = \frac{A_b * h}{3}}$



É importante notar que a altura da pirâmide é o segmento de reta que liga o vértice do topo da pirâmide à base, formando um ângulo reto. Vamos fazer por etapas como nos casos anteriores.
Primeiramente temos que calcular a área da base, que é no formato de um quadrado.

$\boldsymbol{A_b} = \boldsymbol{l^2}$
$\boldsymbol{A_b} = 6^2$
$\boldsymbol{A_b} = 36$ cm^2

Vamos substituir na fórmula juntamente com a altura, que é 10 cm.

$$V = \frac{36 * 10}{3}$$

$$V = \frac{360}{3}$$

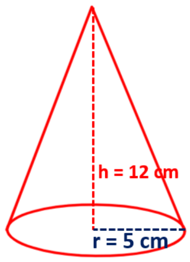
$$V = 120\ cm^3$$

Tome nota: assim como nos prismas, a área da base dependerá do formato que ele apresentar, para as pirâmides, teremos a mesma situação.

VOLUME DO CONE

$$\boldsymbol{V = \frac{\pi r^2 h}{3}}$$

Lembra da relação que fiz entre os primas e as pirâmides? O mesmo ocorre com o cilindro e o cone. Pois o cone equivale a terça parte de um cilindro. Nesse caso, a fórmula do cone se torna o volume de um cilindro dividido por 3. A observação que fiz sobre a altura da pirâmide também vale aqui.



Podemos substituir diretamente as informações na fórmula, para determinar o resultado.

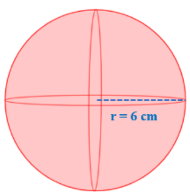
$$V = \frac{\pi * 5^2 * 12}{3}$$

$$V = \frac{600\,\pi}{3}$$

$$V = 100\,\pi$$

VOLUME DA ESFERA

$$\boldsymbol{V = \frac{4}{3} * \pi * r^3}$$



Para a esfera, a única informação que precisaremos será do raio, que é o segmento de reta que irá do centro da esfera à sua borda.

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 6^3$$

$$V = \frac{4}{3} * \pi * 216$$

$$V = \frac{864}{3} * \pi$$

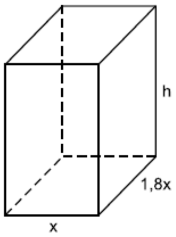
$V = 288\, \pi\, cm^3$

05.7 – SIMULADO

1 - VUNESP - 2021 - Semae de Piracicaba - SP - Almoxarife
Uma caixa d’água com formato interno de prisma reto tem altura de 5 metros e base retangular com perímetro igual a 8 metros. Sabendo-se que a medida dos maiores lados da base dessa caixa d’água é 2 metros maior que a medida dos menores lados, a capacidade de água, em metros cúbicos, que essa caixa comporta é de:

a) 75
b) 60
c) 45
d) 30
e) 15

02 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Ferraz de Vasconcelos - SP - Assistente Social
Um recipiente tem a forma de um prisma reto de base retangular, conforme mostra a figura, em que as dimensões indicadas estão em centímetros.



Sabe-se que a área da base é igual a 1125 cm², e que a medida da altura, indicada por h na figura, é igual 4/3 a da medida da maior aresta da base. Desse modo, o volume desse recipiente é igual a:

a) 50 500 cm³
b) 50 625 cm³
c) 56 250 cm³
d) 67 500 cm³
e) 67 625 cm³

3 - UNEB - 2012 - SEAGRI-DF - Técnico em Agropecuária

Em um curral, um pequeno tanque em forma de paralelepípedo retângulo, com dimensões 2m e 3m, na base, e 1m, na altura, está totalmente cheio de água.

Se forem retirados $3m^3$ de água, o nível atingido pela água que restar no tanque, em cm, será igual a:

a) 40
b) 50
c) 60
d) 70
e) 80

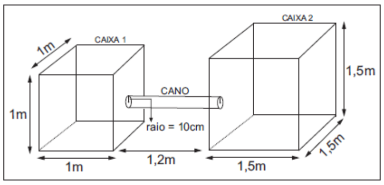
4 - CPCON - 2020 - Prefeitura de Sapé - PB - Professor de Educação Básica II - Matemática (Zona Urbana)

Duas caixas de água são ligadas por um cano cilíndrico de 1,2 metros de comprimento e raio da base de 10cm. (Ver figura abaixo).

Dadas as seguintes dimensões dessas caixas de água:

Caixa 1: 1 metro de largura, 1 metro de comprimento e 1 metro de altura. Caixa 2: 1,5 metro de largura, 1,5 metro de comprimento e 1,5 metro de altura.

Se as duas caixas estão cheias de água e o cano que as liga também, qual o volume total aproximado de água acumulado nas caixas e no cano, sabendo que é aproximadamente igual a 3,14?



a) $5,41\ m^3$
b) $4,41\ m^3$
c) $6,18\ m^3$
d) $6,89\ m^3$
e) $7,02\ m^3$

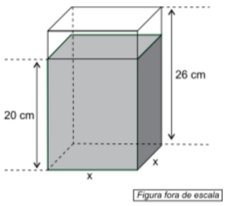
5 - GSA CONCURSOS - 2020 - Prefeitura de Abelardo Luz - SC - Professor de Matemática

Um prisma quadrangular regular tem 16 cm de aresta lateral e 5 cm de aresta da base. Qual o volume a deste prisma

a) $80cm^2$
b) $128cm^2$
c) $200cm^2$
d) $316\ cm^2$
e) $400cm^2$.

6 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Marília - SP - Supervisor de Saúde

Um recipiente na forma de um prisma reto de base quadrada, com 26 cm de altura interna, contém 4,5 litros de água em seu interior, conforme mostra a figura. Sabendo que a altura da água dentro desse recipiente é de 20 cm, e lembrando que $1\ cm^3 = 1\ mL$, o volume máximo de água que ainda pode ser colocada dentro dele, sem transbordar, é



a) 1450 mL
b) 1400 mL
c) 1350 mL
d) 1300 mL
e) 1250 mL.

7 - VUNESP - 2021 - Semae de Piracicaba - SP - Almoxarife
Uma pirâmide reta, cunhada em madeira maciça, tem volume de 750 centímetros cúbicos, base quadrada, e altura de 10 centímetros. A medida das arestas de base dessa pirâmide, comparada com a medida da altura, corresponde a fração:

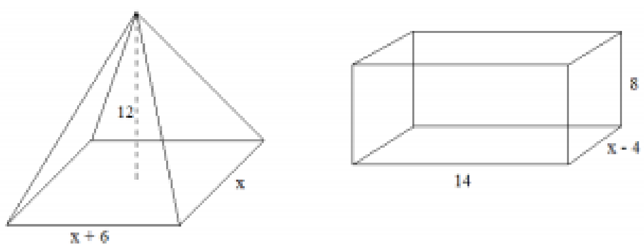
a) 5/4
b) 4/3
c) 3/2
d) 1/2
e) 2/5

8 - OMNI - 2021 - Prefeitura de Santana do Livramento - RS - Professor de Matemática
Seja uma pirâmide hexagonal de área da base igual a 5 m^2 e altura igual a 12 m, o volume dela é de:
a) 20 m^3
b) 20 m^2
c) 60 m^3
d) Nenhuma das alternativas.

9 - IBFC - 2016 - Câmara de Franca - SP - Motorista
Sabe-se que todas as arestas de uma pirâmide reta de base quadrada são iguais e a soma entre elas é 72 cm. Desse modo, a área da base dessa pirâmide, é:

a) 64 cm^2
b) 36 cm^2
c) 72 cm^2
d) 81 cm^2

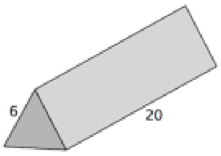
10 - INSTITUTO MAIS - 2019 - Prefeitura de Mairiporã - SP - Guarda Civil Municipal
Observe as figuras abaixo.



Considerando a pirâmide de base retangular, de altura h = 12, e o paralelepípedo retângulo, representados fora de escala, é correto afirmar que o maior valor possível de x, tal que os dois sólidos possuam o mesmo volume, será um número

a) Primo
b) Múltiplo de 3
c) Múltiplo de 5
d) Múltiplo de 7

11 - FGV - 2019 - Prefeitura de Angra dos Reis - RJ - Docente I - Educação Infantil e do 1º ao 5º ano de escolaridade
Certa embalagem tem a forma de um prisma triangular regular como o representado na figura a seguir.



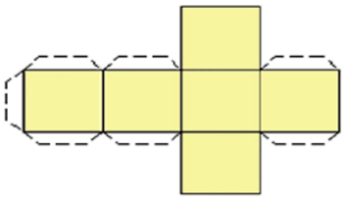
O comprimento da embalagem é de 20cm e cada lado do triângulo mede 6cm.

O volume dessa embalagem, em cm^3, é de, aproximadamente,

Obs.: utilize $\sqrt{3} = 1{,}73$.

a) 250
b) 270
c) 290
d) 310
e) 330

12 - IDECAN - 2017 - Câmara de Coronel Fabriciano - MG - Motorista
Se dobrarmos convenientemente as linhas tracejadas da figura a seguir, obteremos uma figura espacial cujo nome é:



a) Cubo
b) Cilindro
c) Pirâmide
d) Paralelepípedo

13 - VUNESP - 2019 - Prefeitura de Peruíbe - SP - Professor de Educação Básica II – Matemática

Uma pirâmide de base retangular e altura 12 cm tem volume de 100 cm^3. A área da base dessa pirâmide, em cm^2, é

a) 25
b) 26
c) 30
d) 36
e) 50

14 - FCC - 2018 - SEDU-ES - Professor MaPB Ensino Fundamental e Médio - Matemática
Seja a pirâmide reta P_1, de base quadrada, com 1 m de aresta da base e 2 metros de altura, e seja a pirâmide reta P_2, de base quadrada, com 3 m de aresta da base e 4 metros de altura. O volume de P_2 é igual ao de P_1 multiplicado por:

a) 15
b) 9
c) 12
d) 6
e) 18

15 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Ribeirão Preto - SP - Engenheiro de Segurança do Trabalho

As dimensões internas de um paralelepípedo reto-retângulo são tais que a maior dimensão é o triplo da menor dimensão e a dimensão intermediária mede 10 cm a menos do que a maior dimensão. Se a face de maior área desse paralelepípedo tem 231 cm^2, seu volume é igual a

a) 1617 cm^3
b) 1848 cm^3
c) 2079 cm^3
d) 2310 cm^3
e) 2541 cm^3.

16 - Instituto Consulplan - 2019 - Prefeitura de Pitangueiras - SP - Farmacêutico
Uma esfera de raio de 3 cm é colocada dentro de um cubo, de forma que a esfera fique tangente a cada uma das seis faces do cubo. O volume, em centímetros cúbicos, da região interna ao cubo e externa a esfera é: *(Se necessário, considere $\pi = 3$.)*
a) 96
b) 108
c) 132
d) 148

17 - VUNESP - 2019 - Prefeitura de Sorocaba - SP - Técnico de Controle Administrativo

Um reservatório d'água no formato interno de paralelepípedo reto retangular tem altura interna de 15 metros e comporta um volume total de 135 metros cúbicos de água. Sabendo-se que a base desse reservatório é quadrada, a soma das medidas de todas as arestas internas desse reservatório, em metros, é igual a:

a) 24
b) 39
c) 54
d) 69
e) 84

18 - CONTEMAX - 2019 - Prefeitura de Orobó - PE - Professor de Matemática

Um livro possui 1000 páginas com espessura de 0,05 mm por página. O comprimento e a largura são respectivamente, 21,5 cm e 13,5 cm. O volume deste livro é:

a) 1741,50 cm³
b) 1596,38 cm³
c) 1480,28 cm³
d) 1451,25 cm^3
e) 1306,13 cm³

19 - OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Venâncio Aires - RS - Técnico Administrativo

Considerando-se que certo cilindro possui volume igual 785cm³ e altura igual a 10cm, assinalar a alternativa que apresenta o valor do raio da base desse cilindro: (considerar π=3,14)

a) 25 cm
b) 7 cm
c) 6 cm
d) 5 cm
e) 14cm

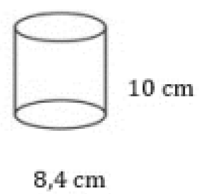
20 - OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Venâncio Aires - RS - Analista de Recursos Humanos

Certa lata possui um formato cilíndrico, com altura igual a 12cm. Sabendo-se que essa lata possui um volume total de 339,12cm³, assinalar a alternativa que apresenta a medida do diâmetro da base desse cilindro: (considerar π=3,14)

a) 3 cm
b) 4 cm
c) 5 cm
d) 6 cm
e) 7 cm

21 - Planexcon - 2019 - Prefeitura de Tatuí - SP - Assistente Social

Uma embalagem para presentes, em formato cilíndrico, possui 10 cm de altura e seu dia metro da base é igual a 8,4 cm. Assim sendo, o volume dessa embalagem considerando π= 3,14 e de:



a) 276,5 cm³
b) 284,9 cm³
c) 293,3 cm³
d) 553,8 cm³
e) 562,1 cm³

22 - Quadrix - 2021 - CREF - 21ª Região (MA) - Agente de Orientação e Fiscalização

Uma piscina cilíndrica (cilindro circular reto), com raio igual a 25 m e profundidade igual a 8% do raio, foi destruída para que outra pudesse ser construída em seu lugar, com o intuito de se realizar uma competição de natação. A nova piscina tem o formato de um paralelepípedo reto-retangular e possui o mesmo volume da piscina anterior. A profundidade da piscina é de π m e seu comprimento é igual ao valor de sua largura acrescido de 25 m.
Com base nessa situação hipotética, é correto afirmar que a nova piscina tem:

a) 25 m de largura.
b) 30 m de largura.
c) 35 m de largura.
d) 50 m de largura.
e) 60 m de largura.

23 - AMAUC - 2019 - Prefeitura de Itá - SC - Professor de Matemática

Um cone reto de altura *h* tem volume *V*. Para que um cilindro reto com base igual a desse cone tenha volume *V*, sua altura *H* deve ser igual a:

a) 3 *h*
b) 2 *h*
c) 2/3 *h*
d) 1/2 *h*
e) 1/3 *h*

24 - FAUEL - 2018 - Prefeitura de Maringá - PR - Assistente Social - CRAS

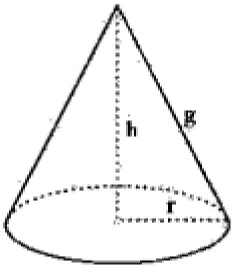
O cone circular é considerado reto quando a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o ponto central da base. A altura de um cone circular reto mede o dobro da medida do raio da base e o comprimento da circunferência dessa base é 20π cm, então o volume desse cone é: (adote π = 3).

a) 2.000 cm³
b) 3.000 cm³
c) 5.000 cm³
d) 6.000 cm³

25 - IDCAP - 2020 - Prefeitura de Brejetuba - ES - Professor de Matemática

A figura abaixo é de um cone que tem o volume V= 37,68 cm³ e cujo raio da base é r = 3 cm. Fazendo π= 3,14, a medida de g é:

a) 4 cm
b) 3 cm
c) 28 cm
d) 5 cm
e) 113 cm



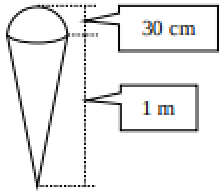
26 - Prefeitura de Bombinhas - SC - 2021 - Prefeitura de Bombinhas - SC - Engenheiro Civil

Qual será o volume de um cone de diâmetro de base igual a 6cm e geratriz de 5cm?

a) 12π cm
b) 4π cm^2
c) 12π cm^3
d) 4π cm^3

27 - IDHTEC - 2019 - Prefeitura de Maragogi - AL - Assistente Administrativo

Um empresário encomendou uma escultura de concreto para colocar na frente de sua sorveteria. Essa escultura tem a forma que lembra um sorvete de casquinha. Para construí-la, o artesão usou duas fôrmas: uma no formato de um cone de 1 metro de altura e base com raio de 30 cm e a outra no formato de uma semiesfera de raio 30 cm. Qual o volume de concreto para o preenchimento dessas fôrmas?



a) $0{,}039\pi$ m³
b) $0{,}042\pi$ m³
c) $0{,}048\pi$ m³
d) $0{,}052\pi$ m³
e) $0{,}056\pi$ m³

05.8 - Gabarito

1 – E
2 – E
3 – B
4 – B
5 – E
6 – C
7 – C
8 – A
9 – D
10 – D
11 – D
12 – A
13 – A
14 – E
15 – A
16 – B
17 – E
18 – D
19 – D
20 – D
21 – D
22 – A
23 – E
24 – A
25 – D
26 – C
27 – C

06 – GRANDEZAS E MEDIDAS

Grandeza é tudo aquilo que pode ser quantificado, como por exemplo: comprimento, temperatura, massa, tempo, volume, etc. E chamamos de medidas a forma de mensurar essas grandezas. Para tornas as grandezas e medidas um padrão existe o SI (Sistema Internacional de Unidades), no SI há as medidas básicas e as derivadas, que se originam das básicas. Cada forma de medida possui seu símbolo.

As áreas relacionadas a grandezas e medidas são:

- Medida do comprimento
- Transformação das unidades da medida de comprimento
- Perímetro de polígonos
- Unidades de medidas das superfícies
- Área das figuras planas
- Medida do espaço
- Volume
- Unidade de medida do volume
- Transformações das unidades de medida de volume
- Unidade de medida para capacidade
- Unidade de medida de massa
- Transformações das unidades de medida para massa
- Ângulos
- Medidas de ângulos
- Operações com medidas de ângulos
- Estudo do Tempo
- Horas, minutos, segundos.

Alguns desses já foram abordados em capítulos anteriores, como ângulos e perímetros, mas vamos nos aprofundar um pouco mais.

06.1 – Unidades de medidas

Vamos conhecer as principais unidades de medidas e também como realizar a conversão entre elas.

Tome nota: para realizar as conversões utilizaremos as noções de potência de base 10.

06.1.1 – Medidas de comprimento

No SI a unidade de medida de comprimento padrão é o metro (m), a partir dele teremos seus múltiplos e submúltiplos. O número de base será o 10.

	Múltiplos			**Padrão**	**Submúltiplos**		
	*10	*10	*10	*10	*10	*10	
Nome e símbolo	Quilômetro (km)	Hectômetro (hm)	Decâmetro (dam)	Metro (m)	Decímetro (dm)	Centímetro (cm)	Milímetro (mm)
	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	

Para realizar a conversão de medidas envolvendo comprimento, caso façamos no sentido da esquerda para a direita (descer), iremos fazer multiplicações pela base 10. Se for o contrário, da direita para esquerda (subir), iremos fazer divisões por base 10. E o número a exato a ser multiplicado ou dividido dependerá da distância de colunas entre as unidades.

Ex. 1: vamos transformar 5 metros em hectômetros.

Como iremos "subir" a tabela, precisaremos dividir. E veja que a coluna do hectômetro está a 2 colunas do metro. Então será $10^2 = 100$. Faremos então 5 / 100 = 0,05

Ou seja: 5 m = 0,05 hm

Ex. 2: Transformar 8 dam em cm.

Como iremos "descer" a tabela iremos multiplicar. Por estar a 3 colunas de distância multiplicaremos por $10^3 = 1000$. Ou seja: 8 * 1000 = 8000

8 dam = 8000 cm

06.1.2 – Medida de área

A unidade de medida de área é semelhante ao da unidade de medida, com a diferença de que os termos são elevados ao quadrado. A medida padrão é o metro quadrado (m^2). O número base será o 100.

	Múltiplos			Padrão	Submúltiplos		
	*100	*100	*100	*100	*100	*100	
Nome e símbolo	Quilômetro quadrado (km^2)	Hectômetro quadrado (hm^2)	Decâmetro quadrado (dam^2)	Metro quadrado (m^2)	Decímetro quadrado (dm^2)	Centímetro quadrado (cm^2)	Milímetro quadrado (mm^2)
	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	

A ideia aqui é semelhante ao caso anterior, apenas iremos usar o número 100 como padrão para dividir ou multiplicar.

Ex. 1: Transformar 2000 cm^2 em dam^2.

Iremos "subir" a tabela, então iremos fazer a divisão. Como são 3 colunas de distância, dividiremos por $100^3 = 1000000$.

Então teremos 2000 ÷ 1000000 = 0,002

Concluímos então que 2000 cm^2 = 0,002 dam^2

Ex. 2: Transformar 4,5 km^2 em dm^2

Iremos "descer" a tabela, o que nos indica que iremos multiplicar. Entre km^2 e dm^2 temos 4 colunas de distância. Multiplicaremos então por $100^4 = 100000000$.

Teremos 4,5 * 100000000 = 450000000

Ou seja, 4,5 km^2 = 450000000 dm^2

06.1.3 – Medida de volume

Nosso padrão aqui será o metro cúbico (m^3), e nosso número de base para multiplicar ou dividir será 1000.

	Múltiplos			**Padrão**	**Submúltiplos**		
	*1000	*1000	*1000	*1000	*1000	*1000	
Nome e símbolo	Quilômetro cúbico (km^3)	Hectômetro cúbico (hm^3)	Decâmetro cúbico (dam^3)	Metro cúbico (m^3)	Decímetro cúbico (dm^3)	Centímetro cúbico (cm^3)	Milímetro cúbico (mm^3)
	÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000	÷ 1000	

Ex.1: Transformar 70 dam^3 em km^3.

Por estarmos “subindo” a tabela iremos dividir, subiremos duas colunas, então será: 1000^2 = 1000000

Teremos 70 ÷ 1000000 = 0,00007

Assim: 70 dam^3 = 0,00007 km^3

Ex. 2: Transformar 0,5 m^3 em dm^3

Precisaremos multiplicar por 1000^1 = 1000.

Dessa forma: 0,5 * 1000 = 500

Então: 0,5 m^3 = 500 dm^3

06.1.4 – Medida de Capacidade

Teremos como padrão o litro (L). E o processo de transformação será semelhante ao que vimos na medida de comprimento, pois o número que usaremos para dividir ou multiplicar será o 10.

	Múltiplos			**Padrão**	**Submúltiplos**		
	*10	*10	*10	*10	*10	*10	
Nome e símbolo	Quilitro (kL)	Hectôlitro (hL)	Decalitro (daL)	Litro (L)	Decilitro (dL)	Centilitro (cL)	Mililitro (mL)
	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	

Ex. 1: Transformar 5 L em mL.

Iremos descer três colunas, o que nos fará multiplicar por 10^3 = 1000. Então 5 * 1000 = 5000

Ou seja, 5 L = 5000 mL

Ex. 2: Transformar 2,4 dL em kL.

Precisaremos subir 4 colunas, então teremos que dividir por $10^4 = 10000$. Sendo assim, 2,4 ÷ 10000 = 0,00024

Então: 2,4 dL = 0,00024 kL.

06.1.5 – Medidas de volumes x medidas de capacidade

É muito comum encontrarmos situações onde precisamos fazer conversões entre diferentes formas de medidas. Para isso, dependendo da situação, teremos que realizar diversas as transformações em algumas etapas até chegarmos à unidade de medida desejada.

Veja algumas relações diretas entre volume e capacidade

1 m³ = 1000 L

1 dm³ = 1 L

1 cm³ = 1 mL

Ex. 1: Transformar 4 m³ em L.

Aqui, precisaremos somente realizar 4 * 1000 = 4000.

4 m³ = 4000 L

Ex. 2: Transformar 8 cm³ em L.

Aqui passaremos por duas etapas:

1 – Transformar 8 cm³ em mL.

Pela relação descrita acima, teremos 8 cm³ = 8 mL.

2 – Transformar 8 mL em L.

Utilizando os mesmos procedimentos do tópico 06.1.4

8 mL = 0,008 L

Concluímos então que 8 cm³ = 0,008 L

06.1.6 – Medida de peso

Nossa unidade padrão será o grama (g) e as transformações será semelhante ao que fizemos para comprimento e capacidade.

	Múltiplos			**Padrão**	**Submúltiplos**		
	*10	*10	*10	*10	*10	*10	
Nome e símbolo	Quigrama (kg)	Hectogram a (hg)	Decagrama (dag)	Grama (g)	Decigrama (dg)	Centigrama (cg)	Miligrama (mg)
	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	

Ex. 1: Transformar 0,14 hg em g

Multiplicaremos por 10^2 = 100

0,14 * 100 = 14

Ou seja: 0,14 hg = 14 g

Ex. 2: Transformar 2000 mg em kg.

Teremos que dividir por $10^6 = 1000000$

2000 ÷ 1000000 = 0,002

Então 2000 mg = 0,002 kg

06.2 – Razão e proporção

06.2.1 - Razão

Na Matemática, chamamos de *razão* a divisão entre dois números. De forma geral, temos o seguinte;

A razão entre *a* e *b*, com b$\neq 0$, é dado da seguinte forma: $\frac{a}{b}$

Ex. 1: A razão entre os números 2 e 5 é $\frac{2}{5}$.

Ex. 2: A razão entre os números 7 e 9 é $\frac{7}{9}$.

Ex. 3: Em uma sala tem 10 homens e 15 mulheres. Qual a razão entre o número de homens e o total de pessoas?

Total de homens = 10

Total de pessoas = 25

Razão: $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

Sempre que possível, simplificaremos a fração.

Usamos as razões em diversas situações.

Velocidade média: Razão entre distância percorrida e o tempo.

Se um carro percorre 160 km em um tempo de duas horas, qual foi sua velocidade média. Organizando a razão temos: $\frac{160}{2} = 80\ km/h$.

Densidade demográfica: Razão entre o número de habitantes de uma região e a área dessa região.

Em uma cidade há 1.000.000 de habitantes, e sua área é de 300.000 km², sua densidade demográfica será feita por $\frac{1000000}{300000} = 3{,}33\ hab/km^2$

06.2.2 - Proporção

Teremos uma proporção quando duas razões forem iguais.

Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ encontraremos uma proporção.

Ex. 1: José comeu 2 pedaços de uma pizza que foi dividida em 8 partes. João comeu 4 pedaços de pizza que foi dividida em 16 partes, considerando que as pizzas têm o mesmo tamanho, quem comeu mais?

Vamos organizar em forma de razão as duas informações.

José: $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

João: $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

Perceba que as duas razões foram as mesmas. Então temos uma proporção. Nesse caso temos o seguinte.

$$\frac{2}{8} = \frac{4}{16}$$

Outra forma de verificarmos isto, é através da seguinte propriedade: **O produto dos meios é igual ao produto dos extremos.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a * d = b * c$$

Aplicando ao exemplo, teremos o seguinte:

$$\frac{2}{8} = \frac{4}{16} \rightarrow 2 * 16 = 8 * 4 \rightarrow 32 = 32$$

Conseguimos verificar a relação de igualdade.

Em certas situações precisamos encontrar algum valor sabendo que existe uma proporção.

$\frac{x}{3} = \frac{12}{18}$ → qual o valor de *x* sabendo que temos uma proporção?

Podemos resolver de formas diferentes. Uma delas é fazendo uma análise. Veja que temos os dois denominadores, então podemos analisa-los. Do denominador 3, para conseguir o 18, precisamos fazer uma multiplicação por 6. (3*6=18).

Nesse caso, qual número que multiplicado por 6 resultará em 12? Concluímos que é o 2.

Então a primeira fração é $\frac{2}{3}$

Podemos também utilizar aquela propriedade usada acima, acompanhe:

$$\frac{x}{3} = \frac{12}{18} \rightarrow 18x = 3 * 12 \rightarrow 18x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{12} \rightarrow x = 2$$

06.2.3 - Divisão diretamente proporcional

Em outras situações, precisaremos fazer divisões proporcionais. Podem envolver várias situações, mas a forma será a mesma.

Vamos dividir 420 em partes diretamente proporcionais a 2, 4, 6.

Como teremos que dividir 420 em três partes, vamos chamar essas partes de *a, b,* e *c*. No fim das contas, a soma entre essas partes deve resultar em 420, então faremos o seguinte:

a + b + c = 400

Por serem proporcionais as razões devem ser iguais.

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6}$$

Agora podemos fazer a soma entre os termos dos numeradores e os termos dos denominadores. E como já deixamos guardados acima a + b + c = 400, podemos fazer essa substituição.

$\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6} \to \frac{a+b+c}{2+4+6} = \frac{420}{12} = 35$

O número 35 será o resultado de todas as razões, nesse caso, podemos pegar as frações e igualar a 35, assim, saberemos os valores de a, b e c.

$$\frac{a}{2} = 35 \to a = 35 * 2 \to a = 70$$

$$\frac{b}{4} = 35 \to b = 35 * 4 \to b = 140$$

$$\frac{c}{6} = 35 \to c = 35 * 6 \to c = 210$$

Para verificarmos a validade desses números, podemos fazer a soma entre eles: 70 + 140 + 210 = 420

06.2.4 - Divisão inversamente proporcional

Outra situação é fazer divisões que sejam inversamente proporcionais.

Vamos compreender este método diretamente com uma questão de concurso.

QUESTÃO COMENTADA

FAEPESUL - 2017; Prefeitura de Celso Ramos – SC; Advogado

Divida o número 6.510 em três partes inversamente proporcional aos números e 2, 3 e 5. Estas partes são, respectivamente:

a) 1260, 2100 e 3150
b) 3150, 2100 e 1260
c) 3200, 1900 e 1410
d) 1410, 1900 e 3200
e) 4100, 1500 e 910

Inicialmente iremos precisar de uma constante ***k*** *que será multiplicado pelo inverso de cada número a ser dividido.*

Tome nota: *os inversos de 2, 3 e 5 serão respectivamente* $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ *e* $\frac{1}{5}$.

Como dividiremos em três partes, usaremos p_1, p_2 *e* p_3.

Então montaremos as seguintes igualdades.

$p_1 = k*\frac{1}{2}$; $p_2 = k*\frac{1}{3}$; $p_3 = k*\frac{1}{5}$

Lembre-se que $p_1 + p_2 + p_3 = 6510$

Agora faremos as substituições de cada "p" pelas igualdades.

$k*\frac{1}{2} + k*\frac{1}{3} + k*\frac{1}{5} = 6510$

Usaremos aquela ideia de fator comum para deixar o "k" em evidência.

$k\,(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}) = 6510$ → *somando as frações teremos*

$k\,\frac{31}{30} = 6510$ → *para eliminar o denominador, podemos multiplica ambos os membros por 30*

$31k = 195300$ → $k = \frac{195300}{31} \rightarrow k = 6300$

Agora, podemos retornar às igualdades que descrevemos acima, trocar o valor de k e definir o valor de cada parte.

$p_1 = 6300 * \frac{1}{2} \rightarrow p_1 = 31500$

$p_2 = 6300 * \frac{1}{3} \rightarrow p_2 = 2100$

$p_3 = 6300 * \frac{1}{5} \rightarrow p_3 = 1260$

Então as partes inversamente proporcionais serão 31500, 2100 e 1260.

ALTERNATIVA B

06.3 – Grandezas diretamente proporcionais

Chamamos de grandezas diretamente proporcionais quando uma grandeza varia junto com outra. Se uma aumenta outra aumenta, e se uma diminui outra também diminui de forma direta.

Ex.: Uma impressora imprime 10 páginas por minuto. Em 5 minutos ela poderá imprimir 50 páginas. Em meio minuto ela imprime 5 páginas.

Aqui temos duas grandezas, a quantidade de páginas e o tempo. Quanto mais tempo a impressora funcionar mais páginas ela conseguirá imprimir. E também ocorre o contrário, quanto menos tempo ela tiver funcionando, menos páginas será impressa.

06.4 – Grandezas inversamente proporcionais

Nossa ideia aqui será contrária a que vimos acima. Temos duas grandezas inversamente proporcionais quando uma aumenta à medida que outra diminui, ou quando outra diminui à medida que outra aumenta.

Ex.: Fazendo uma viagem a 70 km/h demoro 2h para completa-la. Fazendo esta mesma viagem a 110 km/h demorarei aproximadamente 1h16min. Perceba então que, quanto maior a velocidade (aumento da grandeza velocidade média) menos tempo irei levar para completar a viagem (diminuição da grandeza tempo). O contrário também pode ocorrer.

Se acaso, para fazer esta mesma viagem a fizer a 50 km/h, levarei aproximadamente 2h48min. Ou seja, houve a diminuição da velocidade média e por conta disso, tivemos o aumento do tempo.

06.5 – Regra de três

Fiz todas essas explicações com o objetivo de chegar neste ponto: regra de três. Temos dois tipos, regra de três simples e a regra de três compostas. Mas todas partem do mesmo princípio: o problema irá nos fornecer algumas grandezas para que a gente possa encontrar uma outra grandeza desconhecida. Então para isso é de fundamental importância reconhecer as grandezas e suas relações de proporcionalidade direta ou inversa.

Vamos compreender como resolver problemas deste tipo, praticando questões.

06.5.1 – Regra de três simples

Na regra de três simples estaremos lidando com duas grandezas distintas, onde 3 valores são conhecidos (dois de uma grandeza e uma de outra) e temos que descobrir o valor da grandeza que falta.

QUESTÃO COMENTADA

Avança SP - 2021 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP - Auxiliar Administrativo

Para atender a alta demanda de parafusos, uma fábrica decidiu aumentar sua produção diária. Para tal, realizou a compra de mais 3 máquinas, totalizando-se 8 máquinas. Sabendo que eram produzidos diariamente 750 parafusos, calcule qual será o aumento na produção diária de:

a) 1.200
b) 1.000
c) 210
d) 350
e) 450

Antes de tudo, vamos analisar a relação entre as grandezas apresentadas. Temos duas grandezas "quantidade de máquinas" e "quantidade de parafusos". A questão disse que teve um aumento de 3 máquinas que passou a totalizar 8, isso nos permite definir que haviam 5 máquinas inicialmente. Temos que saber qual foi o aumento de produção diária, mas antes precisamos determinar quantos parafusos passou a ser produzido usando todas as máquinas juntos, essa quantidade chamaremos de x. Vamos montar uma tabela com essas informações.

Quantidade de máquinas	***Quantidade de parafusos***
5	*750*
8	*x*

A relação entre as grandezas é feita da seguinte forma: vou colocar uma seta apontada pra cima na coluna que há a variável (pode ser para baixo também, é só para fazermos uma comparação).

Quantidade de máquinas	***Quantidade de parafusos***
5	*750* ↑
8	*x*

O que a gente deve ser perguntar é: se aumentarmos a quantidade de máquinas trabalhando, o que acontece com a quantidade de parafusos? Certamente vai aumentar, concorda?

E se for o contrário? Se a quantidade de máquinas for menor? A quantidade de parafusos também será menor.

Esse é um caso de grandezas diretamente proporcionais. Então a coluna de quantidade de máquinas recebe uma seta também apontada para cima.

Quantidade de máquinas	***Quantidade de parafusos***
↑ *5*	*750* ↑
8	*x*

A partir daqui, iremos fazer aquela relação de proporção que vimos em razão e proporção.

Teremos duas frações, com suas respectivas grandezas formando uma igualdade. (basta copiar os dados da tabela)

$\frac{5}{8} = \frac{170}{x}$ → *para determinar o valor de x, podemos fazer a regra de multiplicar os meios pelos extremos:*

$$\frac{5}{8} = \frac{170}{x} \to 5 * x = 8 * 170 \to 5x = 6000 \to x = \frac{6000}{5} \to x = 1200$$

Essa é a nova quantidade de parafusos a ser produzidos por dia.

Tenha muito cuidado, pois não queremos o novo valor de produção. A questão pede o aumento de produção. Se antes eram produzidos diariamente 750 parafusos, e agora produzimos 1200 parafusos por dia, ***o aumento de produção será: 1200 – 750 = 450****.*

ALTERNATIVA E

QUESTÃO COMENTADA

Avança SP - 2021 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP - Auxiliar Administrativo

Uma torneira enche um balde em 6 min. Quanto tempo o mesmo balde levará para encher, se forem utilizadas 4 torneiras com a mesma vazão da torneira anterior?

a) 1m e 30s
b) 1m e 40s
c) 1m e 50s
d) 2m e 00s
e) 2m e 10s

Novamente, antes de resolvermos precisamos identificar se a relação entre as grandezas é diretamente ou inversamente proporcionais. Veja que, se uma torneira leva 6 min para encher uma balde, se aumentarmos a quantidade de torneira (que tenha a mesma vazão) levará menos tempo, concorda? Pois teremos "mais torneiras trabalhando".

Se organizarmos uma tabela, teremos o seguinte.

Quantidade de torneiras	***Tempo (min)***
1	*6* ↓

Coloquei as setas em direções contrárias para indicar que temos grandezas inversamente proporcionais.

4	*x*

Lembra que na grandeza direta nós multiplicamos cruzado? Aqui nós iremos estabelecer a igualdade e multiplicar direto.

$\frac{1}{4} = \frac{6}{x} \rightarrow 4 * x = 6 * 1 \rightarrow 4x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{4} \rightarrow x = 1{,}5$

Muito cuidado quando tiver questões que envolvam números decimais e minutos. No calor do momento podemos marcar imediatamente a letra c, pois tem 1m e 50s. Mas lembre-se que 1,5 é o mesmo que um minuto e meio, ou seja 1m e 30s.

ALTERNATIVA A

06.5.2 – Regra de três composta

Na regra de três composta teremos mais informações que antes, teremos três ou mais grandezas diferentes, e teremos que encontrar que esteja faltando. A forma de analisar será semelhante, com a diferença de que teremos que analisar uma a uma, das grandezas que temos com a que está faltando, para compreender a relação entre elas.

Assim como antes, vamos aprender na prática:

QUESTÃO COMENTADA

Avança SP - 2021 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP - Auxiliar Administrativo

Em um sítio são utilizados 100 kg de milho para alimentar 10 galinhas durante 30 dias. Se mais 5 galinhas chegarem no sítio, quanto tempo levará para metade desse milho ser consumido?

a) 5 dias
b) 10 dias
c) 15 dias
d) 20 dias
e) 25 dias

Antes de tudo vamos organizar nossas informações em uma tabela, a informação que falta chamaremos de x.

Milho (kg)	*Galinhas*	*Tempo (dias)*
100	*10*	*30*
50	*15*	*x*

O maior desafio aqui, é conseguir fazer a relação correta entre as grandezas. Logo de cara vou colocar uma seta apontada para cima onde temos a variável (poderia ser para baixo também, pois todas as outras estarão em função dessa)

Milho (kg)	*Galinhas*	*Tempo (dias)*
100	*10*	*30*
50	*15*	*x*

Vamos analisar separadamente a relação entre a quantidade de kg de milhos e o tempo em dias. Se aumentarmos a quantidade de milho, elas terão alimento por mais tempo. E se diminuirmos a quantidade de milho, as galinhas se alimentarão por menos dias. CONCLUSÃO: GRANDEZA DIRETAMENTE PROPORCIONAL. Seta na mesma direção.

Milho (kg)	*Galinhas*	*Tempo (dias)*
100	*10*	*30*
50	*15*	*x*

Agora temos que analisar a grandeza quantidade de galinhas com a grandeza dias. Se a quantidade de galinhas aumentar, o alimento durará por menos tempo. (pois será consumido mais rápido), neste mesmo sentido, se a quantidade de galinhas for menor, o alimento durará mais. CONCLUSÃO: GRANDEZA INVERSAMENTE PROPORCIONAL. Seta na direção oposta.

Milho (kg)	*Galinhas*	*Tempo (dias)*
100	*10*	*30*
50	*15*	*x*

As grandezas que tiverem setas na mesma direção que a que apresenta a variável, permanece igual, onde tiver a seta invertida, nós fazermos a inversão dos valores na hora de organizar em fração.

É importante deixar a fração com a variável isolada em um dos lados da igualdade, e as outras frações estarão sendo multiplicadas.

$\frac{100}{50} * \frac{15}{10} = \frac{30}{x}$ → *antes de sairmos multiplicando esses valores altos, podemos fazer simplificações.*

$\frac{1\cancel{00}}{5\cancel{0}} * \frac{15}{1\cancel{0}} = \frac{30}{x} \rightarrow \frac{15}{3} = \frac{30}{x} \rightarrow 3 = \frac{30}{x} \rightarrow 3x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{3} \rightarrow x = 10$

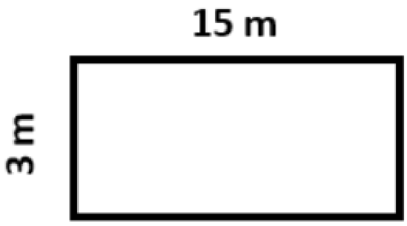
Portanto, ***ALTERNATIVA B***

06.6 – SIMULADO

01 - Avança SP - 2021 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP - Inspetor de Alunos

Um pintor leu no rótulo de uma lata de tinta de 18 l que o rendimento dela é de 100 m² . Quanto de tinta o pintor irá gastar para pintar o muro da figura apresentada a seguir?

a) 900 ml
b) 2.700 ml
c) 3.240 ml
d) 5.800 ml
e) 8.100 ml



02 - Avança SP - 2021 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP - Inspetor de Alunos

Em uma festa de aniversário havia um barril de chopp de 20 l. Sabendo que os convidados consumiram 37 copos de 450 mililitros, qual volume de chopp sobrou no barril após a festa?

a) 450
b) 3.350
c) 4.290
d) 16.650
e) 20.000

03 - RBO - 2021 - Prefeitura de Brusque - SC - Médico Auditor

Foi identificado que após a divulgação de uma campanha promocional de chá gelado, em apenas dois dias foram comercializadas 251 embalagens com 6 garrafas de 2 litros cada uma. Com isso, é possível afirmar que a quantidade de litros de chá vendidos foi de

a) 3.012
b) 2.992
c) 2.430
d) 1.704
e) 1.506

04 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Várzea Paulista - SP - Agente de Gestão - Assistente Administrativo

A tabela apresenta algumas informações sobre a massa de cinco caixas de mercadorias:

CAIXA	MASSA
1	4,8 kg
2	5,7 kg
3	x
4	x + 300 g
5	2,5 kg

Se a soma das massas dessas cinco caixas é 14,5 kg, então a massa da caixa 4 é igual a

a) 0,3 kg
b) 0,6 kg
c) 0,9 kg
d) 1,2 kg
e) 1,5 kg

05 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Jaguariúna - SP - Engenheiro Civil

Um motorista parou em um posto para calibrar os pneus de seu carro. O manual do proprietário recomenda a pressão de 2,2 *bar* para aquele modelo de veículo. Contudo, o motorista verificou que o compressor do posto utiliza outra unidade de medida de pressão, a saber, o *PSI*. Considerando a equivalência 1 *bar* = 14,5 *PSI*, qual o valor de pressão que o motorista deve ajustar no compressor para que a pressão dos pneus fique de acordo com a especificação do fabricante?

a) 6,6 PSI
b) 12,3 PSI
c) 16,7 PSI
d) 29,0 PSI
e) 31,9 PSI

06 - OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Cerro Largo - RS - Cirurgião Dentista

Certa carga com peso total de 500kg será distribuída em três compartimentos de maneira proporcional aos números 4, 6 e 10. Sendo assim, qual a quantidade de carga que será colocada no compartimento correspondente ao número 10?

a) 240kg
b) 250kg
c) 230kg
d) 220kg

07 - FUNDATEC - 2021 - Prefeitura de Tuparendi - RS - Agente de Combate a Endemias

Uma determinada empresa comprou 10 galões no formato cilíndrico, completamente cheios com álcool gel. Considerando que cada galão tem 40 cm de diâmetro por 60 cm de altura e que 1 litro corresponde a 1.000 cm^3 , quantos litros de álcool gel foram adquiridos por essa empresa no total? (Considere $\pi = 3$).

a) 72 litros
b) 288 litros

c) 576 litros
d) 720 litros
e) 1.200 litros

08 - FUNDATEC - 2021 - COMUR de Novo Hamburgo - RS - Agente de Atendimento e Vendas

Martina está assistindo sua série favorita e viu que ainda faltavam 4 episódios, que totalizam 162 minutos, para terminar a última temporada. Martina olhou para o relógio e viu que já eram 21 horas e 33 minutos. Caso ela resolva olhar os episódios faltantes, qual será o horário em que ela terminará de assistir?

a) Meia noite e 15 minutos
b) 23 horas e 25 minutos
c) Meia noite e 25 minutos
d) 23 horas e 15 minutos
e) 1 hora da manhã e 5 minutos.

09 - MetroCapital Soluções - 2021 - Prefeitura de Nova Odessa - SP - Professor de Educação Básica - PEB I

Júlio foi chamado para participar em treinos de futebol. No total, foram convidadas 60 crianças para participar desse treino. Sabe-se que destes, 35 foram escalados para ser goleiro, 15 para ser atacante e o restante ficar na defesa. A razão pelo número de crianças que ficaram escalados para a defesa, pelo número total de crianças, é dado por:

a) 1/6
b) 7/12
c) 3/12
d) 5/6
e) 2/17

10 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Osasco - SP - Oficial de Escola

A razão entre o número de respostas certas dadas por Aline e por Silvia em uma prova é 2/3, sendo que Silvia acertou 18 questões a mais que Aline. O número de questões respondidas corretamente por Silvia nessa prova foi

a) 54
b) 50
c) 45
d) 40
e) 36

11 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Várzea Paulista - SP - Agente de Gestão - Assistente Administrativo

Em uma empresa, nos setores A e B, juntos, trabalham 28 funcionários. O número de funcionários do setor A corresponde a 3/4 do número de funcionários do setor B.
A diferença entre o número de funcionários desses dois setores é

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

12 - FAEPESUL - 2017 - Prefeitura de Celso Ramos - SC - Advogado

Dividindo a quantia de R$ 94.500,00 em quatro partes, *"x"*, *"y"*, *"z"* e *"w"* e diretamente proporcionais aos números 2, 3, 7 e 9, respectivamente, é correto afirmar que:
I. O valor de *"x"* é superior a R$ 10.000,00 II. O valor de *"w"* é superior ao valor de *"x + y"* III. O valor de *"w"* é superior a R$ 40.000,00 IV. O valor de *"w - z"* é equivalente ao valor de *"x"*.
Está(ão) CORRETA(S) à(s) proposição(ões):

a) II, III e IV
b) APENAS II e III
c) APENAS II e IV
d) APENAS III e IV
e) I, III e IV

13 - Avança SP - 2021 - Prefeitura de Pereiras - SP - Fiscal de Tributos

Sabendo-se que a idade de Luiz é 30 anos e a idade de Laura é 45 anos, qual é a razão entre a idade de Luiz e Laura?

a) 1/3
b) 2/3
c) ¼
d) 2/4
e) 3/5.

14 - UERJ - 2021 - UERJ - Assistente Administrativo

Admita que dois departamentos da Universidade possuem, respectivamente, 10 e 5 professores. Uma verba de R$ 30.000,00 será dividida entre eles, de modo diretamente proporcional ao número de professores.

O maior valor recebido, por um dos departamentos, é igual a:

a) R$ 18.000,00
b) R$ 20.000,00
c) R$ 22.000,00
d) R$ 24.000,00

15 - RBO - 2021 - Prefeitura de Brusque - SC - Médico Auditor
Uma teoria criada no Japão na década de 1960 diz: para que as pessoas deixem de ser sedentárias, devem dar 10 mil passos por dia, todos os dias. Considerando que um passo normal médio das pessoas é de aproximadamente 85 centímetros, se uma pessoa der 15 mil passos em um dia, ela se deslocará por
a) 5.000 metros
b) 8.665 metros
c) 9.992 metros

d) 12.750 metros
e) 13.150 metros

16 - Avança SP - 2021 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP - Auxiliar Administrativo
Dona Joaquina resolveu fabricar panetones para obter uma renda extra no fim do ano. Ela, seu marido e sua filha, trabalhando por 3 dias na semana conseguem produzir 180 panetones. Para aumentar a sua produção ela vai chamar sua irmã e seu cunhado para ajudar na produção. Qual será a quantidade de panetones produzidos com a chegada dos novos integrantes?

a) 250
b) 300
c) 350
d) 400
e) 450

17 - RBO - 2021 - Prefeitura de Brusque - SC - Médico Auditor
Um grande avião fará uma viagem de 10 horas de duração e precisa garantir 4 refeições para cada um dos 360 passageiros durante a viagem. A quantidade de refeições que precisam ser carregadas no avião, no aeroporto de origem, é de

a) 1.610 refeições
b) 1.526 refeições
c) 1.440 refeições
d) 1.345 refeições
e) 1.230 refeições.

18 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Osasco - SP - Oficial de Escola

Uma máquina, programada para produzir 80 unidades de certa peça por hora, e trabalhando durante 6 horas ininterruptas por dia, produz totalmente um lote dessa peça em 6 dias. Se essa máquina for programada para produzir 90 peças por hora, e trabalhar durante x horas ininterruptas por dia, esse lote de peças será totalmente produzido em 4 dias. Desse modo, é correto afirmar que o número representado por x é

a) 9
b) 8
c) 7
d) 6
e) 5

19 - OMINI - 2021 - Prefeitura de Aspásia - SP - Professor Educação I - PEB I

Carlos, precisava realizar um serviço em sua casa, para isso, contratou um pedreiro, fazendo um acordo que pagaria pelo serviço, apenas ao fim do serviço. Em uma programação inicial, este pedreiro disse que terminaria a obra em 12 dias. Entretanto, por problemas pessoais, o pedreiro não pode trabalhar em alguns dias. Por fim, a obra acabou atrasando, e o pedreiro, usou dois terços além do tempo programado, para finalizar a obra. Dessa forma, quantos dias, se passaram, desde o começo da obra, para que o pedreiro pudesse termina-la?

a) 4 dias
b) 8 dias
c) 16 dias
d) 20 dias

20 - OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Cerro Largo - RS - Cirurgião Dentista

Em certo restaurante, 8 garçons atendem um total de 160 mesas em 5 horas de trabalho. Sendo assim, considerando-se o mesmo ritmo de trabalho, ao todo, quantas mesas 6 garçons atendem em 8 horas de trabalho?

a) 192
b) 196
c) 198
d) 200

21 - AMEOSC - 2021 - Prefeitura de Guarujá do Sul - SC - Professor - Matemática - Edital 01

Em uma empresa produtora de suco de laranja 5 funcionários, trabalhando 8 horas por dia, conseguem engarrafar 650 litros de suco em um dia. Quantos funcionários, trabalhando 10 horas por dia, serão necessários para engarrafar 1300 litros de suco em um dia?

a) Serão necessários 15 funcionários
b) Serão necessários 8 funcionários
c) Serão necessários 10 funcionários
d) Serão necessários 12 funcionários

06.7 – Gabarito

01 – E
02 – B
03 – A
04 – C
05 – E
06 – B
07 – D
08 – A
09 – A
10 – A
11 – D
12 – A
13 – B
14 – B
15 – D
16 – B
17 – C
18 – B
19 – D
20 – A
21 – B

07 – PORCENTAGEM

O uso e cálculo de porcentagem é muito comum tanto no dia a dia, quanto em questões de concursos. Existem várias maneiras de determinar o valor de uma porcentagem, o que pode facilitar na hora de resolver uma prova.

07.1 – Introdução e representação

O símbolo que utilizamos para representar a porcentagem é esse: %

Na escrita: 20% fazemos a leitura "vinte porcento"

O próprio nome já nos fornece uma pista de onde devemos começar para compreender porcentagem, note que... porcento... por "cem"to... por cem... ou seja, a porcentagem traz pra gente o número 100. É uma divisão por 100, que também podemos escrever em forma de fração usando o 100 como denominador. E além disso, podemos utilizar o valor na forma decimal.

Porcentagem	Fracionária	Decimal
20%	$\frac{20}{100}$	0,2
35%	$\frac{35}{100}$	0,35
80%	$\frac{80}{100}$	0,8
5%	$\frac{5}{100}$	0,05
100%	$\frac{100}{100}$	1

Concluindo: para transformar uma porcentagem em fração, basta colocar o próprio número como numerador e usar o 100 como denominador.

Para transformar em número decimal, basta fazer a divisão por 100.

E também podemos fazer o contrário:

Transformar um número decimal em porcentagem, basta multiplicar por 100.

0,45 → 0,45 * 100 = 45 (45%)

07.2 – Cálculo de porcentagem

Para determinarmos o valor de uma porcentagem sempre precisamos ter um valor de referência, por exemplo, ser perguntarmos "quanto é 30%?" não teremos resposta alguma, o correto seria "quanto é 30% *de algum valor?*". Já que 30% de 50 é diferente de 30% de 20.

Existem diversas formas de determinarmos o valor de uma porcentagem. Acompanhe algumas delas.

07.2.1 – Forma fracionária

Podemos utilizar a forma fracionária da porcentagem e multiplicar pelo valor que nos foi fornecido.

Ex. 1: 30% de 80

Forma fracionária de 30% = $\frac{30}{100}$

Então podemos fazer a multiplicação dessa fração pelo 80. (ajuda fazer algumas simplificações)

$\frac{3\cancel{0}}{1\cancel{00}} * 8\cancel{0} = \frac{24}{1} = 24$

Ou seja: 30% de 80 = 24

Ex. 2: 22% de 75

$\frac{22}{100} * 75 = \frac{1650}{100} = 16{,}5$

Ex. 3: 15% de 28

$\frac{15}{100} * 28 = \frac{420}{100} = 4{,}2$

07.2.2 – Forma decimal

Outro método de determinar a porcentagem é usar a forma decimal para multiplicar pelo número em questão.

Ex. 1: 12% de 40

0,12 * 40 = 4,8

Ex. 2: 70% de 28

0,7 * 28 = 19,6

Ex. 3: 45% de 50

0,45 * 50 = 22,5

07.2.3 – Porcentagens notáveis

Existem algumas porcentagens onde podemos conseguimos determinar o valor de forma ainda mais rápida, mesmo sem usar a forma fracionária ou decimal.

Porcentagem	O que aplicar?	Exemplo
100%	Todo; inteiro	100% de 34 = 34
50%	É o mesmo que ½; Ou seja, dividir o número por 2. (é a metade)	50% de 18 = 18/2 = 9 50% de 90 = 90/2 = 45
25%	É o mesmo que ¼; ou seja, dividir o número por 4. (ou até mesmo, metade da metade)	25% de 20 = 20/4 = 5 25% de 120 = 120/4 = 30
10%	É o mesmo que 1/10; dividir o número por 10. (é a décima parte)	10% de 48 = 48/10 = 4,8 10% de 140 = 140/10 = 14
1%	É o mesmo que 1/100; é o dividir por 100. (é a centésima parte)	1% de 1200 = 1200/100 = 12 1% de 450 = 450/100 = 4,5

07.2.4 – Decomposição de porcentagem

Uma outra forma calcular porcentagem, e também mais rápida desde que você domine bastante, é fazer a decomposição de porcentagem de forma que consigamos valores.

Veja: 35% não tem na nossa tabela, mas podemos "quebrar" este valor com porcentagens que constem lá. Note que 35% é o mesmo que 25% + 10%. Ou ainda, (3 * 10%) + (5 * 1%);

Assim, a gente pode quebrar a porcentagem em partes menores. Veja alguns exemplos:

Ex. 1: 35% de 120

35% = 25% + 10%

$$35\% \text{ de } 120 = \underbrace{25\% \text{ de } 120}_{30} + \underbrace{10\% \text{ de } 120}_{12} = 42$$

Ex. 2: 60% de 90

60% = 50% + 10%

$$60\% \text{ de } 90 = \underbrace{50\% \text{ de } 90}_{45} + \underbrace{10\% \text{ de } 90}_{9} = 54$$

Ex. 3: 47% de 150

47% = 50% - 3 * 1%

$$47\% \text{ de } 150 = \underbrace{50\% \text{ de } 150}_{75} - \underbrace{3 * 1\% \text{ de } 150}_{4,5} = 70,5$$

07.3 – Acréscimos e descontos

O uso de porcentagem pode ser encontrado em acréscimos ou descontos. O que precisamos entender é:

Acréscimo: Aumento de preço; adição.

Desconto: Redução de preço; subtração.

Ex. 1: Se um produto custa R$ 120,00 e tem um desconto de 20%, quanto será pago por ele?

Primeiro vamos calcular 20% de 120. Podemos usar a forma de decomposição.

20% = 2 * 10%.

10% de 120 = 12

12*2 = 24

Haverá um desconto de R$ 24,00. Faremos então uma subtração entre o valor original e o valor a ser descontado.

120 – 24 = 96

Será pago então R$ 96,00

Ex. 2: Ao realizar um pagamento atrasado é acrescentado 5% do valor, considerando que o valor do pagamento seria de R$ 600,00 quanto será pago após o vencimento?

Vamos determinar 5% de 600.

5% = 5 * 1%

1% de 600 = 6

5 * 6 = 30

Como estamos falando de acréscimo devemos adicionar ao valor original.

600 + 30 = 630

Será pago então R$ 630,00

07.4 – Determinar a porcentagem

Em certas situações precisamos determinar não o valor da porcentagem, mas a porcentagem em si. A regra de três pode nos ajudar nesses casos. Vamos ver algumas situações.

Ex. 1: Em um estojo tem 20 canetas pretas, 15 canetas azuis e 5 canetas vermelhas. Qual a porcentagem de cada cor de caneta?

Vamos analisar a situação, vou colocar em uma tabela a quantidade de cada cor de caneta e o total.

Canetas pretas	20
Canetas azuis	15
Canetas vermelhas	5
Total de canetas	40

Determinar a porcentagem das canetas pretas é a parte mais fácil, veja que o total de canetas é 40, e a quantidade de canetas pretas é 20, ou seja, é a metade. E já vimos que metade corresponde a 50%. Para as demais podemos ter auxílio da regra de três. Fazendo a seguinte relação: (vamos iniciar com as azuis)

	canetas	porcentagem
Total	40	100%
azuis	15	x

Sabemos que o todo corresponde a 100%, a partir daqui, podemos calcular como já havíamos feito.

$$\frac{40}{15} = \frac{100}{x} \rightarrow 40x = 100 * 15 \rightarrow 40x = 1500 \rightarrow x = \frac{1500}{40} \rightarrow x = 37{,}5$$

Porcentagem de canetas azuis: 37,5%

Para determinar a porcentagem de canetas pretas, podemos simplesmente descobrir quanto falta para 100%. 50% + 37,5% = 87,5%

100% - 87,5% = 12,5%

Podemos confirmar pela regra de 3.

$$\frac{40}{5} = \frac{100}{x} \to 40x = 100 * 5 \to 40x = 500 \to x = \frac{500}{40} \to x = 12{,}5$$

QUESTÃO COMENTADA

Avança SP - 2021 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP - Inspetor de Alunos

No mês de agosto de 2020 o preço médio do gás de cozinha no Brasil era de R$ 69,98. Já no mês de julho de 2021 o preço médio foi de R$ 91,92. Calcule qual foi a porcentagem de aumento do preço médio do gás de cozinha.

a) 21,94 %
b) 23,86 %
c) 31,35 %
d) 34,89 %
e) 37,66 %

Também podemos resolver problemas assim usando regra de três. Antes de tudo, vamos descobrir quanto foi a variação de preço. Desde já, podemos perceber que houver um aumento.

91,92 – 69,98 = 21,94

Agora podemos usar a regra de três usando este valor e relacionando o preço original a 100%.

$$\frac{69{,}98}{21{,}94} = \frac{100}{x} \to 69{,}98x = 2194 \to x = \frac{2194}{69{,}98} \to x = 31{,}35$$

Temos então um aumento de 31,35%;
ALTERNATIVA C

08 – JUROS

08.1 – Definição

Juros é o rendimento sobre o empréstimo de dinheiro por um período de tempo. Podemos encontrar a ideia de juros ao fazer uma compra parcelada, vencimento de boletos. Temos dois tipos de juros: juros simples e juros compostos.

08.2 – Juros simples

Chamamos de juros simples aquele que é aplicado apenas sobre o valor inicial, sem qualquer alteração.

Veja um exemplo:

Em uma loja, ao atrasar a mensalidade é cobrado um acréscimo de 1% por dia do valor da parcela. Se uma parcela custa R$ 120,00 e for pagada com 10 dias de atraso, quanto deverá ser pago?

Primeiro, precisamos entender que estamos falando de juros simples, pois o aumento está levando em consideração o valor de R$ 120,00. Então precisamos calcular 1% de 120; depois multiplicar por 10, pois são a quantidade de dias de atraso.

1% de 120 = 1,2

1,2 * 10 = 12

Ou seja, R$ 12,00 será o valor de juros a ser pago, adicionando-se ao preço da parcela: R$ 120,00 + R$ 12,00 = R$ 132,00

Os juros simples também são usados em empréstimos bancários e investimentos. Para isso, temos uma fórmula:

J = C * i * t

J = Juros
C = Capital (valor aplicado)
i = taxa de juros (converter para valor decimal)
t = tempo de aplicação

Com isso, podemos encontrar outra relação:

M = C + J

Somando o Capital ao Juro, temos o Montante.

QUESTÃO COMENTADA

Avança SP - 2021 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP - Auxiliar Administrativo

Um pai e uma mãe, no dia do nascimento do seu filho, resolveram aplicar uma determinada quantia em um investimento. Esse dinheiro será resgatado quando o filho fizer 18 anos. Considerando que o valor aplicado foi de R$ 15.000,00 com taxa de juros simples de 1,5 % ao mês, qual será o valor do resgate?

a) R$ 48.600,00
b) R$ 63.600,00
c) R$ 78.600,00
d) R$ 83.600,00
e) R$ 98.600,00

Podemos usar a fórmula e substituir as informações que temos. É necessário fazer algumas conversões com os números.

J = C * i * t

J = ?

C = 15.000
i = 1,5% ao mês → 0,015
*t = 18 anos (como a taxa de juros está em mês, precisamos transformar 18 anos em meses, ou seja, multiplicar por 12. 18*12 = 216)*

Substituindo na fórmula, teremos:

*J = 15.00 * 0,015 * 216*

J = 48.600

Cuidado, pois esse é apenas o valor de juros. A questão quer que definamos o quanto será resgatado, ou seja, o montante.

M = C + J

M = 15.000 + 48.600

M = 63.000

ALTERNATIVA B

Tome nota: Se quisermos encontrar outra informação (taxa de juros, capital ou o tempo), é só lembrarmos do que já vimos em equação do 1° grau, isolar a variável em um dos lados.

08.3 – Juros compostos

Os juros compostos são aplicados na adição dos juros ao valor inicial, e a partir, os juros serão aplicados neste novo valor, que será somado ao antigo, e assim por diante...

Também temos uma fórmula:

$M = C * (1 + i)^t$

E seguem as mesmas condições que tínhamos antes.

QUESTÃO COMENTADA

AMEOSC - 2021 - Prefeitura de Itapiranga - SC - Professor de Matemática

Carlos fez um investimento a juros compostos com taxa de 1,2% ao mês e ao final de 2 meses viu que já tinha R$ 10.752,00 na sua conta. Qual foi o valor investido por Carlos? (use três casas decimais)

a) O valor investido foi de R$ 225,00
b) O valor investido foi de R$ 10.500,00b
c) O valor investido foi de R$ 11.500,00
d) O valor investido foi de R$ 752,00

Vamos usar a fórmula: **$M = C * (1 + i)^t$**

As informações que temos são:

M = 10.752
C = ? (é o valor que devemos encontrar)
i = 1,2% ao mês (Usar 0,012)
t = 2 meses (não precisa fazer conversão, tanto a taxa quanto o tempo estão em meses)

$10.752 = C * (1 + 0{,}012)^2$

$10.752 = C * 1{,}012^2$

$10.752 = C * 1{,}024$

$C = \frac{10.752}{1{,}024}$

C = 10.500

O capital foi de R$ 10.500,00

ALTERNATIVA B

08.4 – SIMULADO

01 - FGV - 2021 - Câmara de Aracaju - SE - Assistente Administrativo
Marcelo precisou comprar uma impressora e o vendedor da loja ofereceu a seguinte promoção: pagando 20% a mais do preço da impressora, a loja daria manutenção grátis por 1 ano mais 5 cartuchos de tinta. Marcelo fez a compra da impressora com a promoção e pagou R$ 780,00.
Se Marcelo tivesse comprado a mesma impressora sem a promoção teria pago:

a) R$ 610,00
b) R$ 624,00
c) R$ 650,00
d) R$ 670,00
e) R$ 702,00

02 - Avança SP - 2021 - Prefeitura de Laranjal Paulista - SP - Inspetor de Alunos
Em um pacote de bolacha está escrita a seguinte informação: "Novo peso: de 150 g para 133 g". Sabendo disso pode-se afirmar que houve uma redução de peso do produto de:

a) 11,33 %
b) 12,78 %
c) 13,56 %
d) 14,44 %
e) 15,63 %

03 - MetroCapital Soluções - 2021 - Prefeitura de Nova Odessa - SP - Professor de Educação Infantil - PEI
Karen comprou um carro que custava R$ 46 540,00 com 5% de desconto. Então o valor que foi pago pelo mesmo, foi de:

a) R$ 45 696,00
b) R$ 44 213,00
c) R$ 43 178,00
d) R$ 42 085,00
e) R$ 40 907,00

04 - Quadrix - 2021 - CRTR - 12ª Região - Agente Fiscal
Após seguir a dieta recomendada por um nutricionista, Gabriel perdeu 15% de seu peso. Satisfeito com o resultado, ele começou a praticar atividades físicas e conseguiu perdeu mais 20% de seu peso. Atualmente, Gabriel pesa 85 kg.
Com base nessa situação hipotética, assinale a alternativa que apresenta o peso de Gabriel no início da dieta.

a) 90 kg
b) 105 kg
c) 110 kg
d) 125 kg
e) 140 kg

05 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Guarulhos - SP - Professor de Educação Infantil - Atuação Multidisciplinar
Paulo quer comprar um determinado livro pela internet e encontrou as seguintes ofertas:

Loja I	Loja II
R$ 68,00 Acréscimo do frete de R$ 0,10 por grama.	R$ 80,00 Frete incluso

Sabe-se que o peso do livro é 280 g. Se Paulo optar pela compra do livro na loja I, ele pagará, em relação à loja II,

a) 23% a mais
b) 20% a mais
c) 16% a mais
d) 6% a menos
e) 12% a menos.

06 - VUNESP - 2021 - Prefeitura de Várzea Paulista - SP - Agente de Gestão - Assistente Administrativo
Em uma empresa, trabalham 150 funcionários, dos quais 40% possuem ensino superior. Entre os outros funcionários, 90% possuem ensino médio completo, e os demais somente ensino fundamental. Em relação ao número total de funcionários da empresa, aqueles que possuem somente o ensino fundamental correspondem a

a) 6%
b) 7%
c) 8%
d) 9%
e) 10%

07 - OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Victor Graeff - RS - Professor - Anos Finais do Ensino Fundamental - Artes Visuais
João coleciona pinturas e possui um total de 35 pinturas. Sabe-se que ele deseja aumentar a sua coleção em 20%. Sendo assim, ao todo, quantas pinturas ele terá ao atingir seu objetivo?

a) 46
b) 44
c) 42
d) 40

08 - OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Pato Bragado - PR - Assistente Social
Bruna paga um aluguel mensal de R$ 1.200,00. Sabendo-se que esse valor foi reajustado e passou a ser R$ 1.680,00, assinalar a alternativa que indica a porcentagem correspondente a esse aumento:

a) 40%
b) 42%
c) 44%
d) 46%

09 - AMEOSC - 2021 - Prefeitura de Bandeirante - SC - Professor de Matemática - Edital 02
Em 5 dias completos de viagem, Jorge passou 30% do tempo dormindo, 20% em paradas para almoço e jantar, 15% para lanches e descanso. Se o restante do tempo ele passou dirigindo, por quantas horas ele dirigiu nesta viagem?

a) Ele dirigiu por 24 horas
b) Ele dirigiu por 78 horas
c) Ele dirigiu por 42 horas
d) Ele dirigiu por 35 horas.

10 - AMEOSC - 2021 - Prefeitura de Guarujá do Sul - SC - Professor - Matemática - Edital 01

Para dividir R$ 230.000,00 com seus 2 filhos, Marília deu 40% deste valor para o mais velho e, do que sobrou deu 30% para o filho mais novo e ficou com o restante. Com quanto Marília ficou?

a) Marília ficou com R$ 35.500,00
b) Marília ficou com R$ 105.000,00
c) Marília ficou com R$ 96.600,00
d) Marília ficou com R$ 202.000,00.

11 - FAU - 2018 - CPS-PR - Advogado
De toda a água existente na terra estima-se que 2,39% é potável. Considerando este percentual se toda a água da terra se resumisse a 200 litros, a quantidade potável seria de:

a) 4,78 litros
b) 6,48 litros
c) 2,39 litros
d) 8,68 litros
e) 5,36 litros

12 - Prefeitura de Gaspar - SC - 2021 - Prefeitura de Gaspar - SC - Professor - Anos Iniciais e Educação Infantil
Um empréstimo, a juros *simples*, com taxa de juros mensal de 1% foi pago em uma única parcela após 50 meses com o montante de R$ 36.000,00. O valor inicial do empréstimo foi de:

a) R$24.000,00
b) R$30.000,00
c) R$12.000,00
d) R$6.000,00

13 - Máxima - 2021 - Prefeitura de Heliodora - MG - Professor de Educação Básica
Quanto rende de juros simples um capital de R$200.000,00, investido a 9 % ao mês durante 8 meses?

a) R$ 134.000,00
b) R$ 140.000,00
c) R$ 144.000,00
d) R$ 150.000,00

14 - Creative Group - 2021 - Prefeitura de Jequitibá - MG - Assistente Social
Foi aplicado à taxa de juros simples de 30% a.m. um capital de R$160.000,00 durante o período de 5 meses. Quanto foi o juro obtido nessa aplicação?

a) R$48.000,00
b) R$400.000,00
c) R$240.000,00
d) Nenhuma das alternativas

15 - OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Venâncio Aires - RS - Psicopedagogo
Considerando-se que um boleto, com valor nominal de R$ 2.560,00, foi pago com 4 meses de atraso, e que a taxa de juros simples mensal desse boleto é de 1,5%, ao todo, qual o valor dos juros gerado por esse atraso?
a) R$ 153,60
b) R$ 154,20
c) R$ 154,60
d) R$ 155,20
e) R$ 152,90

16 - Instituto UniFil - 2020 - Prefeitura de Terra Boa - PR - Agente Serviços de Enfermagem
Um investidor aplicou um capital de R$ 12.000,00 por 2 anos a uma taxa de juros simples de 12% ao ano. Assinale a alternativa que representa o valor dos juros que rendeu a aplicação nesse período.
a) R$ 288,00
b) R$ 1.440,00
c) R$ 2.088,00
d) R$ 2.880,00

17 - OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Venâncio Aires - RS - Analista de Recursos Humanos
Um boleto, no valor de R$ 750,00, foi pago com atraso de 3 meses. Sabendo-se que a taxa de juros simples mensal é de 3%, ao todo, qual o valor pago por esse boleto?
a) R$ 810,50
b) R$ 815,00
c) R$ 817,50
d) R$ 820,00
e) R$ 821,50

18 - AEVSF/FACAPE - 2021 - Prefeitura de Petrolina - PE - Professor Substituto Ensino Fundamental - Anos Finais História
Em uma operação de juros simples, temos os seguintes valores envolvidos: capital aplicado igual a R$ 200,00; taxa cobrada igual a 5% ao mês; tempo de cobrança igual 4 meses; juros obtidos iguais a R$ 40,00; montante da operação igual R$ 240,00. Com base nas informações apresentadas, conclui-se que montante corresponde a:
a) Soma do capital aplicado com a taxa cobrada
b) Multiplicação entre a taxa cobrada e o tempo de cobrança
c) Divisão do capital aplicado pelos juros obtidos
d) Divisão do tempo de cobrança pela taxa cobrada
e) Soma do capital aplicado com os juros obtidos.

19 - AMEOSC - 2021 - Prefeitura de Bandeirante - SC - Professor de Matemática - Edital 02
Ao fazer uma aplicação em um fundo de pensão, sob juros compostos de 2% ao mês, durante 3 meses, Patricia recebeu de volta R$ 159.181,20. Quanto Patrícia aplicou?
a) Patrícia aplicou R$ 100.500,00
b) Patrícia aplicou R$ 96.200,00
c) Patrícia aplicou R$ 150.000,00
d) Patrícia aplicou R$ 85.000,00.

20 - Prefeitura de Gaspar - SC - 2021 - Prefeitura de Gaspar - SC - Fonoaudiólogo

Um empréstimo de R$ 20.000,00 é tomado para pagamento após três anos com taxa de juros compostos anual de 10% e capitalização anual. O valor dos juros ao final do período será

a) R$26.000,00
b) R$6.620,00
c) R$6.000,00
d) R$6.600,00

21 - IDECAN - 2021 - PEFOCE - Ciências Contábeis

Determine os juros compostos obtidos no período de 3 meses, a uma taxa de 24% ao ano, com capitalização mensal, de um capital aplicado de R$ 100.000,00.

a) R$ 4.040,00
b) R$ 6.120,80
c) R$ 8.000,00
d) R$ 10.160,80
e) R$ 12.000,00

22 - CESGRANRIO - 2021 - Banco do Brasil - Escriturário - Agente Comercial - Prova B

Um cliente deseja fazer uma aplicação em uma instituição financeira, que paga uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, por um período de 3 anos, já que, ao final da aplicação, planeja comprar uma TV no valor de R$ 3.500,00 à vista. Qual o valor aproximado a ser investido para esse objetivo ser alcançado?

a) R$ 2.629,60
b) R$ 2.450,00
c) R$ 2.692,31
d) R$ 2.341,50
e) R$ 2.525,00

23 - OBJETIVA - 2021 - Prefeitura de Venâncio Aires - RS - Procurador Jurídico

João vai aproveitar suas férias daqui a 2 anos e fará uma viagem com sua família. Ele fez os cálculos do valor que precisa, e decidiu fazer um investimento de R$ 2.500,00 no banco. Sua aplicação é com taxa de juros de 4% ao ano, no regime de juros compostos, e ele irá deixar por 2 anos. Assinalar a alternativa que apresenta o valor total que João terá após decorridos os 2 anos de sua aplicação:

a) R$ 2.700,00
b) R$ 2.708,40
c) R$ 2.714,00
d) R$ 2.710,00
e) R$ 2.704,00

24 - CESGRANRIO - 2021 - Banco do Brasil - Escriturário - Agente Comercial - Prova C

Uma pessoa deixou de pagar a fatura do cartão de crédito, de modo que, após dois meses, o valor inicial da fatura se transformou em uma dívida de R$26.450,00. Nunca foram feitas compras parceladas e não foram feitas compras adicionais durante esses dois meses.

Considerando-se que foram cobrados, indevidamente, juros compostos de 15% ao mês e que, por determinação judicial, o valor inicial deva ser reconsiderado para uma nova negociação entre as partes, o valor inicial da dívida era de

a) R$18.515,00
b) R$18.815,00
c) R$20.000,00
d) R$21.000,00
e) R$21.115,00

25 - Instituto Consulplan - 2021 - SEFAZ-PI - Analista em Infraestrutura de Redes e Comunicação

Giovana decidiu aplicar seu patrimônio sob o regime de juros compostos durante 2 anos. Considerando uma taxa de 5% ao ano, ela obteve sob esse regime um montante de R$ 11.576,25. Nesse contexto, o valor do patrimônio inicial de Giovana é:

a) R$ 9.500,00
b) R$ 10.000,00
c) R$ 10.500,00
d) R$ 11.000,00

26 - IDIB - 2021 - Câmara de Planaltina - GO - Motorista

Uma pessoa deixou de pagar seu cartão de crédito no valor de R$ 500,00 na data de vencimento. A dívida dessa pessoa será paga no regime de juros compostos a uma taxa de 12% ao mês. Após três meses, qual será o valor da dívida?

a) R$ 720,00
b) R$ 620,00
c) R$ 672,00
d) R$ 702,46

08.5 – GABARITO

01 – C
02 – A
03 – B
04 – D
05 – B
06 – A
07 – C
08 – A
09 – C
10 – C
11 – A
12 – A
13 – C
14 – C
15 – A
16 – D
17 – C
18 – E
19 – C
20 – B
21 – B
22 – A
23 – E
24 – C
25 – C
26 – D

Acompanhe-me também no Instagram.
@conta_comigo314

09 – REFERÊNCIAS

CAIUSCA, Alana. “Medidas de capacidade”. *Educa Mais Brasil.* Disponível em: https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/medidas-de-capacidade

DIDÁTICA, Matemática. “Divisão em partes Inversamente Proporcionais”. *Matemática Didática.* Disponível em: http://www.matematicadidatica.com.br/DivisaoEmPartesInversamenteProporcionais.aspx

GOUVEIRA, Rosimar. “Fatoração”. *Toda Matéria.* Disponível em: https://www.todamateria.com.br/fatoracao/

GOUVEIRA, Rosimar. “Ângulos”; *Toda Matéria.* Disponível em: https://www.todamateria.com.br/angulos/

GOUVEIRA, Rosimar. “Área do triângulo”; *Toda Matéria.* Disponível em: https://www.todamateria.com.br/area-do-triangulo/

GOUVEIRA, Rosimar. “Geometria espacial”. *Toda Matéria.* Disponível em: https://www.todamateria.com.br/geometria-espacial/

GOUVEIRA, Rosimar. “Unidades de Medida”. *Toda Matéria.* Disponível em: https://www.todamateria.com.br/unidades-de-medida/

GOUVEIRA, Rosimar. “Progressão Geométrica”. *Toda Matéria.* Disponível em: https://www.todamateria.com.br/progressao-geometrica/

GOUVEIRA, Rosimar. “Análise Combinatória”. *Toda Matéria.* Disponível em: https://www.todamateria.com.br/analise-combinatoria/

JORDON. “Icosaedro”. *Saber Matemática.* Disponível em: https://sabermatematica.com.br/icosaedro.htmlLUIZ, Robson. "Polígonos"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/poligonos.htm.

LUIZ, Robson. "Divisão de polinômios"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/divisao-de-polinomios.htm.

LUIZ, Robson. "Porcentagem"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/porcentagem.htm.

MOREIRA, Luiz Paulo. “O que é plano”; *Mundo Educação.* Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/o-que-e-plano.htm

MOREIRA, Luiz Paulo. “Probabilidade”. *Brasil Escola.* Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/probabilidade.htmSILVA, Luiz Paulo Moreira. "O que é reta?"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-reta.htm.

OLIVEIRA, Raul Rodrigues de. "Sequência numérica"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/sequencia-numerica.htm.

OLIVEIRA, Gabriel Alessandro de. "Cálculo da área do cone "; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/calculo-area-cone.htm.

OLIVEIRA, Naysa Crystine Nogueira. “Grandezas e medidas”. *Prepara Enem.* Disponível em: https://www.preparaenem.com/matematica/grandezas-medidas.htm

SILVA, Daniel Duarte. “Número de diagonais de um polígono”; *Infoescola.* https://www.infoescola.com/matematica/numero-de-diagonais-de-um-poligono/

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "Elementos da Circunferência "; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/elementos-circunferencia.htm.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. “Elementos do círculo e da circunferência”. *Mundo Educação.* Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/elementos-circulo-e-circunferencia.htm

SILVA, Luiz Paulo Moreira. “Relação de Euler”. *Mundo Educação.* Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/relacao-euler.htm

SILVA, Marcos Noé Pedro da. “Divisão diretamente proporcional”. *Mundo Educação.* Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/divisao-diretamente-proporcional.htm

SOUSA, Rafaela. "Densidade demográfica"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/geografia/densidade-demografica.htm.